

理論物理学での波の関数2

——基礎物理学での正弦波の定義——

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1 まえがき

前回の「理論物理学での波の関数1」で正弦波の波長、速さ、周期および振動数を定義した。このファイル——「理論物理学での波の関数2」のこと。——では正弦波を定義する。その正弦波を定義する際に、負の弧度を使用する。負の弧度を定義するのに、2章から3章の前半まで弧度の加減算での三角関数の計算をする。その三角関数を使用する説明では、前回到定義した量を使用している個所がある。理論物理学で正弦波と呼ぶ言葉を導入する。正弦波と呼ぶが、三角法の正弦および余弦の両方を使用することがある。この理由を、著者の理論では独自に与えてみた。その理由を考察するのにも弧度の加減算で正弦および余弦の関係を示す必要がある。そのような弧度の加減算は三角形の回転で考える。直交座標系では対称であることで描くことができる三角形を使用して正弦および余弦の値について観察する。そのように、正弦波と呼ぶことの解釈および負の弧度についての解釈を与えたのちに、正弦波を定義している。

本書の説明は、理論物理学での説明を前提にしている。理論物理学での正弦波の使用例では、フーリエ級数に応用するものがある。フーリエ級数の使用については、付録i および付録ii で触れている。付録i ではフーリエ級数で使用する係数の導出をしている。前回ではフーリエ級数について数学での簡単な説明を付録で与えた。本書の付録i では、フーリエ係数の導出および数学で周波数が負の値まで拡張されて使用される場合での理論物理学での注意を与えた。その注意で分母が零になることに触れている。付録ii では波の速さについて考察している。前回で波の速さの定義を与えて、正弦波の速さを定義した。付録ii では、フーリエ級数で記述できる波の速さについて考察している。

「理論物理学での波の関数」では波の速さおよび正弦波の定義が他の物理学理論とは異なるところを特長として主張する場合がある。波の速さおよび正弦波は電磁波の計算でも使用する。著者の大学での専攻は電気・電子・情報・通信分野であるので、電磁気学は基礎科目であった。電磁気学で電位および電位差を扱うが、著者の研究での課題の心臓血管系の回路モデルでも扱うことになった。心臓血管系の回路モデルでは、既知の理論とは別に著者が独自に基礎理論を提案している。その基礎理論で心臓および血管内の内圧との対応関係を電位に与えている個所がある。電位を著者の構築している心臓血管系の回路モデルの基礎理論で使用するので、電磁気学の電位の定義を独自に提案することにした。その電位の定義は、文献2~文献7に説明をしている。文献2~文献7は理論物理学での電磁気学のファイルになる。心臓血管系の論文は文献8および文献9をインターネットから無償でダウンロードできるものとして発表している。文献8では、著者が構築した心臓血管系の回路モデルの基礎理論を構成する基^{もとい}になる部分を提案している。文献9では血流量の定義について提案している。既知の心臓血管系の回路モデルの血流量の説明には、幼稚すぎて実際の血流量の説明になっていないものと著者は判断した。著者が読んだ生理学書での血流量の説明も未熟すぎていた。これらのこともあり、著者が独自に定義した血流量を著者は文献9~文献12で使用している。文献10~文献12は初心者のために作成した心臓血管系についての説明をしたファイルである。それらのファイルも無償でインターネットからダウンロードできる。心臓血管系の血流量、血流量および内圧の波を描くことがある。それらの波を描くのに、著者はフーリエ級数を応用している。このことで、特に波の記述については研究の専攻に関連する問題となる。基礎物理学の専門書での波の理論の一部に、研究で使用するのに十分な厳密性がないものと著者は判断をした。このことから著者が研究で使用するのに耐えられる波の理論を独自に構築することにした。その理論の一部が2011年現在の本書のファイルである。

著者が採用しなかった心臓血管系の回路モデル分野の基礎理論では、分母が零になる計算があるものと著者は判断した。

このために、著者は分母が零にならないように計算することを、著者の作成した幾つかのファイルで注意している。本書の波の理論に負の弧度を導入することは文献 1 3 で説明している音波のドップラー効果を計算するのにも威力を発揮する。周波数を負の値まで拡張する計算は文献 1 4 のようにサンプリング定理を導出するのに使用されている。本書では周波数および周期との関係で分母が零になる件に注意を与えている。特殊相対性理論では、光の粒子の静止質量を計算する際に分母が零になる件があるので、それについては文献 1 5 で説明をしている。

本書では‘誤り’がないことを保証はしない。本書の校正の作業は今後も行う予定である。本書の‘誤り’が見つかった際には不定期に改訂を行い発行する予定である。

目次

1 まえがき	1
目次	3
2 三角形の回転で説明する正弦および余弦	4
3 弧度の負の値を使用して定義する正弦波	8
4 あとがき	12
付録	12
i. フーリエ係数の導出および本書の振動数についての注意	12
ii. 一般の波が伝搬している場合の波の速さ	19
参考文献	21
免責事項	21
著作権	21

2 三角形の回転で説明する正弦および余弦

文献 1 —— 「理論物理学での波の関数 1」 のこと。 —— で角振動数 (2.1), 波の速さ (2.2), 正弦波の波長 (2.3), 正弦波の周期 (2.4) および正弦波の振動数 (2.5) を定義した。角振動数 (2.1) および波の速さ (2.2) では正弦波であることを仮定していない。波長 (2.3), 周期 (2.4) および振動数 (2.5) には正弦波に対して定義をしている。

$$\omega(t) \equiv \frac{d\theta(t)}{dt} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \dots (2.1)$$

$$v_{\text{wave}}(t) \equiv \lim_{h_t \rightarrow 0} \frac{l(t+h_t) - l(t)}{h_t} \dots (2.2) \text{—— 正円上に仮定した点で定義する—— 波の速さの定義}$$

$$\lambda \equiv 2 \cdot \pi \cdot r, (0 < \lambda < \infty) \dots (2.3) \text{ 正弦波の波長の定義}$$

$$T \equiv \frac{\lambda}{v_{\omega_t}} \text{s}, (v_{\omega_t} \neq 0) \dots (2.4) \text{ 正弦波の周期の定義}$$

$$\nu \equiv \frac{v_{\omega_t}}{\lambda} \text{Hz}, (\lambda \neq 0) \dots (2.5) \text{ 正弦波の振動数の定義}$$

これらの定義で使用する正弦波には図 2.1 の正円の円周上に在る点が等速 (2.6) で移動することを仮定している。その簡単な理由については文献 1 で考察した。その正弦波の値は、三角法 (trigonometry) の正弦および余弦から決定する。正弦波の関数の記述には数学で導入している三角関数の正弦の関数および余弦の関数の記述を使用する。正弦の関数は、三角法の正弦あるいは余弦の角度を独立変数とする関数として本書の議論では扱う。著者が独自に構築している本書の波の理論物理学では、そのような三角関数を使用して正弦波と呼ばれるものを定義する。そのような正弦波の定義は 3 章で与える。

$$v_{\omega_t} = v_{\text{wave}}(t) = \text{const.}, (v_{\omega_t} \neq 0) \dots (2.6) \text{ 正弦波の速さ}$$

図 2.1 の正円の半径は 1 であるものとして (2.7) を仮定する。2次元の直交座標系の原点に正円の中心を与えて、その半径 (2.7) の正円を図 2.1 に描いている。

$$r = 1 \dots (2.7)$$

著者の記憶では、日本の高校の数学教育で図 2.1 のような正円を単位円と呼んでいた。本書でも単位円と呼ぶことにする。図 2.1 には角度 θ の位置にある単位円上の点を考えることができる。その点の位置には x 軸および y 軸で座標を与えることができる。図 2.1 のように y 軸の値には、その点の y 軸成分の値を正弦の値 (2.8) として計算できる。その点の座標の x 軸成分の値を、図 2.1 のように、余弦の値 (2.9) で記述できる。座標で表示すると y 軸成分 (2.10) および x 軸成分 (2.11) を使用して座標 (2.12) を記述できる。

$$\sin \theta \dots (2.8)$$

$$\cos \theta \dots (2.9)$$

$$y = \sin \theta \dots (2.10)$$

$$x = \cos \theta \dots (2.11)$$

$$(x, y) = (\cos \theta, \sin \theta) \dots (2.12)$$

図 2.1 の単位円の半径は (2.7) であるので、原点 O から点 (2.12)

までの距離として半径 (2.7) を扱うことができる。この距離の計算では (2.13) を満足する。

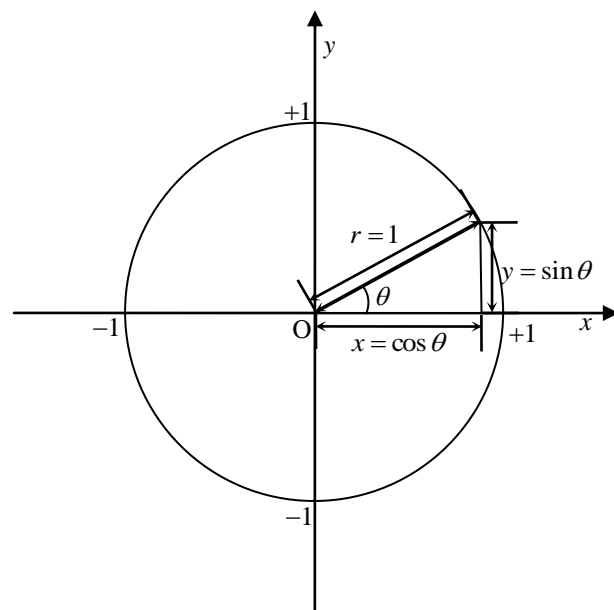


図 2.1 単位円で説明する正弦波

$$r^2 = y^2 + x^2 \dots (2.13)$$

(2.13) の右辺に座標 (2.12) の各成分を代入して計算すると (2.14) にならなければならない。このような数学での要請から (2.15) が保証される。

$$y^2 + x^2 = (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \dots (2.14)$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \dots (2.15)$$

座標 (2.12) は単位円上の点の位置を示している。点の座標 (2.12) の角度には弧度 (2.16) を使用することができる。単位円上の座標 (2.12) は、弧度 (2.16) を独立変数とする関数で、座標 (2.17) としても記述できる。そのような関数を座標成分とした座標 (2.17) の y 軸上での点の座標は (2.18) であり、x 軸上での点の座標は (2.19) である。

$$\theta \equiv \frac{l}{r} \text{ rad.}, (r \neq 0) \dots (2.16)$$

$$(x(\theta), y(\theta)) \dots (2.17)$$

$$(0, y(\theta)) \dots (2.18)$$

$$(x(\theta), 0) \dots (2.19)$$

図 2.1 の単位円上の点 (2.17) での y 軸成分は関数 (2.20) および x 軸成分は関数 (2.21) で記述できる。関数 (2.20) および関数 (2.21) は三角関数として扱うことができる。関数 (2.20) および関数 (2.21) に (2.17) が成立することは既知であるものと扱う。

$$y(\theta) = \sin \theta \dots (2.20)$$

$$x(\theta) = \cos \theta \dots (2.21)$$

図 2.1 の x 軸および y 軸上の点が振動することで波を考えることができることは、文献 1 で説明をした。(2.20) および (2.21) で各軸上の点が振動するので、(2.20) および (2.21) が波の関数であるものと考えることができる。

図 2.1 では単位円に図 2.2 の三角形を考えることができ、三角法を応用して波の関数 (2.20) および関数 (2.21) を記述した。半径 (2.22) である正円に図 2.3 の三角形を考えることで、波の関数である関数 (2.23) および関数 (2.24) を記述できる。

$$r = \text{const.} > 0 \dots (2.22)$$

$$y(\theta) = r \cdot \sin \theta \dots (2.23)$$

$$x(\theta) = r \cdot \cos \theta \dots (2.24)$$

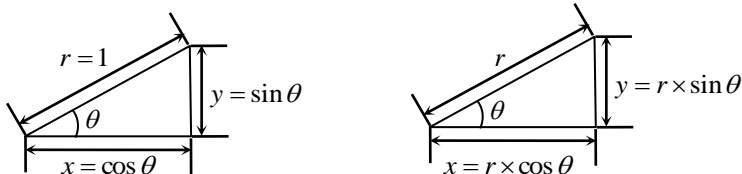


図 2.2 正弦および余弦の説明 図 2.3 正弦波および余弦波の説明

図 2.1 のように、三角形である図 2.3 を図 2.4 の正円上に仮定する。図 2.4 の原点 O から正円上の点までの距離には半径 (2.22) を使用して (2.25) が保証される。(2.25) の左辺に (2.23) および (2.24) を代入すると (2.26) になる。(2.26) の右辺を整理すると (2.27) を記述できる。(2.15) を (2.27) の右辺に代入すると (2.25) になることは明らかである。

$$y^2 + x^2 = r^2 \dots (2.25)$$

$$y^2 + x^2 = (r \times \sin \theta)^2 + (r \times \cos \theta)^2 \dots (2.26)$$

$$y^2 + x^2 = r^2 \times \{(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2\} \dots (2.27)$$

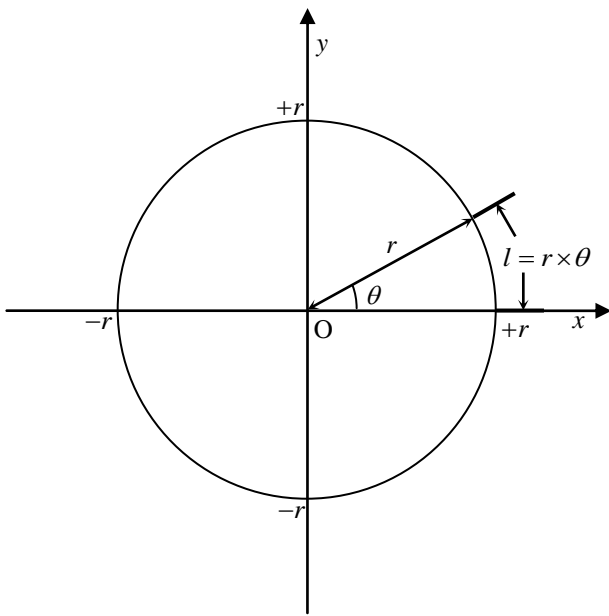


図 2.4 正円, 半径, 弧, 弧度および座標系との関係

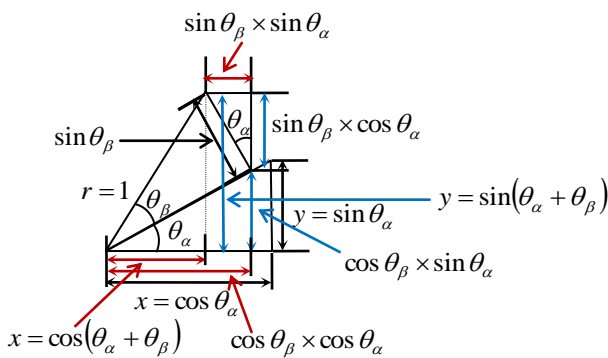


図 2.5 三角形の回転で説明する正弦および余弦

図 2.1 の正円上に仮定した点の移動を次のように仮定する.
最初に弧度 (2.28) だけ回転した後に, 次に弧度 (2.29) だけ
回転する. この場合で, 図 2.1 の正円上の点が回転した角度で
ある弧度は (2.30) になる.

$$\theta_\alpha \dots (2.28)$$

$$\theta_\beta \dots (2.29)$$

$$\theta = \theta_\alpha + \theta_\beta \dots (2.30)$$

図 2.5 は図 2.1 の単位円上に仮定した点が, そのように回転し
た場合を描いているものである. 弧度 (2.30) で三角関数の正
弦 (2.31) および余弦 (2.32) を記述できる.

$$\sin \theta = \sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) \dots (2.31)$$

$$\cos \theta = \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) \dots (2.32)$$

図 2.2 のように正弦を考えると, 図 2.5 の青色の部分で計算す
る総和は (2.33) になる. 図 2.2 のように余弦を考えると, 図
2.5 の赤色の部分で計算する総和は (2.34) になる.

$$\sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (2.33)$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (2.34)$$

理論物理学の上述の議論では弧度 (2.35) は 0 以上の値で定義
されている. そのような議論で関数 (2.20) および関数 (2.21)
は 0 以上の実数値 (2.35) を定義区間に行っていることになる.

$$\theta \geq 0 \dots (2.35)$$

(2.33) および (2.34) では正弦および余弦の関係を示して
いる. その関係を使用して正弦が余弦で記述でき, 余弦が正弦
で記述できることを示す. 次の説明で 2 章の正弦波の説明は終

了する.

図 2.1 および図 2.4 での直角座標系の x 軸および y 軸では負の値も使用している. 図 2.1 のような三角関数の説明では,
x 軸および y 軸の負の値も三角関数である (2.20) および (2.21) の値であることは明らかである. このことから波の
関数として扱う (2.20), (2.21), (2.23) および (2.24) も負の値になることもある. 図 2.1 から明らかに (2.36) ~ (2.45)
は成立する.

$$\sin 0 = 0 \dots (2.36) \quad \sin \frac{\pi}{2} = 1 \dots (2.37) \quad \sin \pi = 0 \dots (2.38) \quad \sin \frac{3 \cdot \pi}{2} = -1 \dots (2.39) \quad \sin(2 \cdot \pi) = 0 \dots (2.40)$$

$$\cos 0 = 1 \dots (2.41) \quad \cos \frac{\pi}{2} = 0 \dots (2.42) \quad \cos \pi = -1 \dots (2.43) \quad \cos \frac{3 \cdot \pi}{2} = 0 \dots (2.44) \quad \cos(2 \cdot \pi) = 1 \dots (2.45)$$

次に, (2.46) を仮定する. (2.46) を使用すると弧度 (2.30) は (2.47) になる.

$$\theta_\beta = \frac{\pi}{2} \dots (2.46)$$

$$\theta = \theta_\alpha + \frac{\pi}{2} \dots (2.47)$$

(2.47) の右辺を (2.33) の左辺に代入すると (2.33) から (2.48) を記述できる. (2.48) の右辺を整理すると (2.49) に記述できる. (2.49) の左辺は正弦であり, (2.49) の右辺は余弦である.

$$\sin\left(\theta_\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\theta_\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{2} + \cos\theta_\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{2} \cdots (2.48)$$

$$\sin\left(\theta_\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta_\alpha \cdots (2.49)$$

(2.47) の右辺を (2.34) の左辺に代入すると (2.34) から (2.50) を記述できる. (2.50) の右辺を整理すると (2.51) に記述できる. (2.51) の左辺は余弦であり, (2.51) の右辺は負の符号および正弦で記述している.

$$\cos\left(\theta_\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta_\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{2} - \sin\theta_\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{2} \cdots (2.50)$$

$$\cos\left(\theta_\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta_\alpha \cdots (2.51)$$

(2.33) を使用すると (2.52) のように記述できる. (2.52) の右辺は (2.53) になる.

$$\sin(\theta_\alpha + \pi) = \sin\theta_\alpha \cdot \cos\pi + \cos\theta_\alpha \cdot \sin\pi \cdots (2.52)$$

$$\sin(\theta_\alpha + \pi) = -\sin\theta_\alpha \cdots (2.53)$$

(2.53) の右辺は (2.51) の右辺に等しい. (2.53) の左辺を (2.51) の右辺に代入すると (2.54) を記述できる. (2.54) の左辺は余弦であり, (2.54) の右辺は正弦である. (2.49) および (2.54) では, 余弦および正弦は互いに (2.55) の弧度のずれがあることを示している. ただし, ここで指摘した弧度のずれは正の値で示すものと定めている.

$$\cos\left(\theta_\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\theta_\alpha + \pi) \cdots (2.54)$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ rad} \cdots (2.55)$$

(2.49) および (2.54) のように余弦は正弦に書き換えることができる. このことから, 理論物理学で正弦波と呼ぶ波には (2.23) および (2.24) の両方に呼ぶものと著者は考える. 本書では (2.23) および (2.24) で描く両方の波を正弦波と呼ぶことにする.

$$y(\theta) = r \cdot \sin\theta \cdots (2.23)$$

$$x(\theta) = r \cdot \cos\theta \cdots (2.24)$$

三角関数として (2.20) および (2.21) を使用する際には弧度が負の値の場合も定義区間に含むことになる. (2.33) および (2.34) を使用して, 3章で弧度が負の場合を考察する. (2.33) および (2.34) では弧度の加算で記述しているが, 3章では弧度の減算でも記述する. 減算での記述は加法の記述で弧度の負の値を使用した場合とも考えることができる. 負の弧度の導入は波を記述する際に, 正円の円周上に仮定する点の位置を指定するのに使用できる. そのような点の位置の指定では, 点の回転方向が問題になることがある. その回転方向を指定するのに弧度の符号を使用できる.

$$y(\theta) = \sin\theta \cdots (2.20)$$

$$x(\theta) = \cos\theta \cdots (2.21)$$

$$\sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \sin\theta_\alpha \cdot \cos\theta_\beta + \cos\theta_\alpha \cdot \sin\theta_\beta \cdots (2.33)$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos\theta_\alpha \cdot \cos\theta_\beta - \sin\theta_\alpha \cdot \sin\theta_\beta \cdots (2.34)$$

3 弧度の負の値を使用して定義する正弦波

波を記述する際には図 2.4 のような各軸上の点の振動を応用することは、すでに何度か触れている。そのような場合に、正円上の弧の長さである点の移動距離 (3.1) で定義した幾つかの量を使用できる。弧の長さである (3.1) では、弧度は (3.2) である。弧度 (3.3) が負の値になると、(3.1) を満足しない。このことは、図 2.4 の正円の半径が (2.22) であることから明らかである。

$$l(t) = r \cdot \theta(t) \geq 0 \dots (3.1)$$

$$\theta(t) \geq 0 \dots (3.2)$$

$$\theta \equiv \frac{l}{r} \text{ rad.}, (r \neq 0) \dots (3.3)$$

$$r = \text{const.} > 0 \dots (2.22)$$

弧度に負の値を仮定して (3.4) で記述するならば、(3.5) を満足する。もし、点が負の弧度の向きに回転した場合での弧の長さ (3.6) を記述できるならば、弧度 (3.7) を仮定して (3.1) を満足する。

$$\theta_N(t) \leq 0 \dots (3.4)$$

$$-\theta_N(t) \geq 0 \dots (3.5)$$

$$l(t) = r \cdot (-\theta_N(t)) \geq 0 \dots (3.6) \text{ 点が負の弧度の向きに回転した場合での弧の長さ}$$

$$\theta(t) = -\theta_N(t) \dots (3.7)$$

最初に (3.3) で弧度は正の値に定義した。(3.8) を仮定するならば負の値の弧度を定義することになる。弧の長さ (3.6) から (3.7) の弧度 (3.8) を記述できる。(3.8) から (3.9) を負の弧度 (3.4) の定義として扱うことになる。

$$-\theta_N(t) = \frac{l(t)}{r}, (r \neq 0) \dots (3.8)$$

$$\theta_N \equiv -\frac{l}{r}, (r \neq 0) \dots (3.9) \text{ 負の弧度 (3.4) の定義}$$

負の弧度の定義 (3.9) から (3.10) を記述する。(3.10) は弧の長さ (3.1) に負の符号を付けたものである。

$$-l(t) = r \cdot \theta_N(t) \leq 0 \dots (3.10)$$

(3.10) について次に考察する。弧度 (3.3) の右辺から、弧度 (3.3) の左辺は正円の半径および点の移動距離で一意に定まる。弧度の差を、図 2.4 のような正円——点が回転する円周をひとつにする。——の円周上に仮定したひとつの点で計算する。弧度の差を (3.11) のように記述する。弧度の差 (3.11) を使用して弧の長さを (3.12) のように記述する。弧の長さ (3.12) を (3.13) に展開する。

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \geq 0, (\theta_2 \geq 0) \dots (3.11)$$

$$l = r \times \theta = r \times (\theta_1 - \theta_2) \geq 0 \dots (3.12)$$

$$l = r \times \theta_1 - r \times \theta_2 \dots (3.13)$$

(3.13) の右辺に記述した第 1 項の弧の長さ $r \times \theta_1$ は、逆時計回りに図 2.4 の正円上に仮定した点が移動したときの点の移動距離であるものと仮定する。次に、その点が時計回りに距離 $r \times \theta_2$ だけ移動するものと仮定する。このことで、最初に逆時計回りに移動した点の移動距離 $r \times \theta_1$ から移動距離 $r \times \theta_2$ 分だけ移動距離が減少するものとして 2 つの点の間の弧の長さを扱うことができる。このことは、最初の移動距離 $r \times \theta_1$ に移動距離の減少分 $-r \times \theta_2$ を加えたものとして考えることができる。(3.13) を (3.14) に書き換えることで、このような考えを記述できるものと扱える。

$$l = r \times \theta_1 + (-r \times \theta_2) \dots (3.14)$$

(3.14) の第 2 項での移動をした点の移動方向は時計回りであるものと仮定した。(3.14) の右辺の第 1 項での移動では点

は逆時計回りに移動をした。逆時計回りに点が移動することで正の値の弧度であるものと仮定した。このことから、時計回りに点が移動することで負の弧度 (3.9) であるものと仮定する。このように弧度の符号を仮定することで (3.14) は (3.15) に記述できるものとする。(3.15) では、最初に (3.11) の右辺の第 1 項の弧度 θ_1 だけ 0 rad の位置から逆時計回りに回転したひとつの点を正円上に仮定する。次に、その点が時計回りに弧度 θ_2 だけ回転して到達した円周上の位置で 0 rad の位置から計算できる弧の長さ (3.15) であるものと考えることができる。

$$l = r \times \theta_1 + r \times (-\theta_2) \geq 0 \dots (3.15)$$

図 2.1 の正円上に仮定した点が負の弧度の向きに移動したことで、弧の長さ (3.6) に負の符号を付けた (3.10) には移動距離の減少分を考えた。この移動距離の減少分である (3.10) には波の速さ (2.2) を定義していないものと扱う必要がある。

$$v_{\text{wave}}(t) \equiv \lim_{h_t \rightarrow 0} \frac{l(t+h_t) - l(t)}{h_t} \dots (2.2) \text{--- 正円上に仮定した点で定義する --- 波の速さの定義}$$

0 以上の値である波の速さは (3.16) に記述できるので、角振動数 (2.1) を負の弧度に対して定義することができない。時計回りに移動する点には、時計回りに弧度を正の値であるものと仮定して角振動数 (2.1) を定義することはできる。同様に、時計回りの点で波の速さ (2.2) を定義できる。このように弧度の負の値を導入することでは、著者が独自に構築している波の理論での波の速さの定義 (2.2) を修正する必要はない。

$$v_{\text{wave}}(t) = r \cdot \omega(t) \dots (3.16)$$

$$\omega(t) \equiv \frac{d\theta(t)}{dt} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \dots (2.1)$$

負の弧度を使用する場合の点の移動方向を仮定したので、負の弧度の場合での三角関数の正弦および余弦の値について計算する。このことで、正弦波での負の弧度の扱いについて説明をする。図 3.1 での正弦および余弦の簡単な関係から負の弧度の値を計算するのに (2.33) および (2.34) を使用する。

$$\sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (2.33)$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (2.34)$$

(2.33) では (3.17) を記述できる。(3.17) の右辺は (3.18) の右辺のように整理できる。図 3.1 では、(3.18) の左辺は逆時計回りで 2π rad の位置を指定して、その位置から時計回りに θ だけ回転するものと考えるので (3.19) になることは明らかである。(3.18) および (3.19) の左辺は等しいので (3.20) を記述できる。(3.20) の関係は図 3.1 に一致する。

図 3.1 に一致する。

$$\sin(2\pi - \theta) = \sin(2\pi) \cdot \cos(-\theta) + \cos(2\pi) \cdot \sin(-\theta) \dots (3.17)$$

$$\sin(2\pi - \theta) = \sin(-\theta) \dots (3.18)$$

$$\sin(2\pi - \theta) = -\sin(\theta) \dots (3.19)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \dots (3.20)$$

同様に余弦を (2.34) で (3.21) で記述する。(3.21) の右辺は (3.22) の右辺のように整理できる。図 3.1 では (3.22) の左辺は (3.23) の右辺になる。(3.22) および (3.23) の左辺は等しいので (3.24) を記述できる。(3.24) の関係は図 3.1 に一致する。

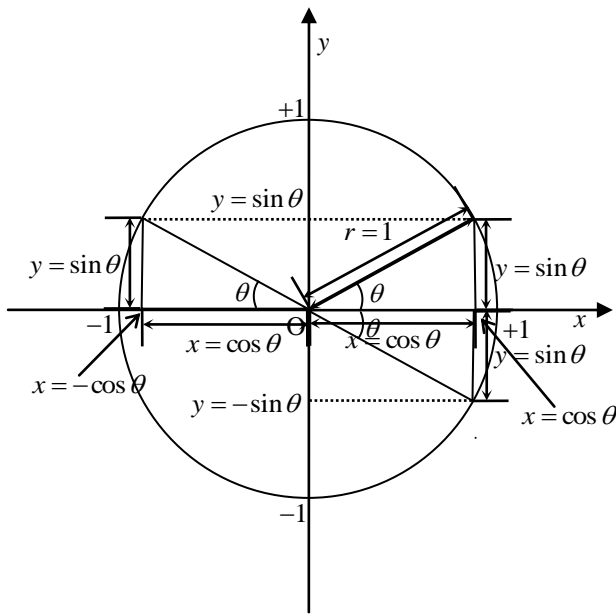


図 3.1 負の弧度の説明

$$\cos(2 \cdot \pi - \theta) = \cos(2 \cdot \pi) \cdot \cos(-\theta) - \sin(2 \cdot \pi) \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.21)$$

$$\cos(2 \cdot \pi - \theta) = \cos(-\theta) \cdots (3.22)$$

$$\cos(2 \cdot \pi - \theta) = \cos \theta \cdots (3.23)$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta \cdots (3.24)$$

正弦 (3.20) では弧度が負の値になると正弦の値も負の値になっている。余弦 (3.24) では弧度が負の値でも余弦の値は正の値になっている。

図 3.1 で逆時計回りに π rad 回転した位置から時計回りに θ だけ回転する場合の正弦および余弦を計算する。(2.33) を使用すると (3.25) を記述できる。(3.25) の右辺は (3.26) に整理できる。(3.26) の右辺に (3.20) の右辺を代入すると (3.27) を記述できる。(3.27) の右辺を整理すると (3.28) になる。(3.28) の関係は図 3.1 に一致する。

$$\sin(\pi - \theta) = \sin(\pi) \cdot \cos(-\theta) + \cos(\pi) \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.25)$$

$$\sin(\pi - \theta) = -1 \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.26)$$

$$\sin(\pi - \theta) = -1 \cdot (-\sin \theta) \cdots (3.27)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta \cdots (3.28)$$

(2.34) を使用すると (3.29) を記述できる。(3.29) の右辺は (3.30) に整理できる。(3.30) の右辺に (3.24) の右辺を代入すると (3.31) を記述できる。(3.31) の関係は図 3.1 に一致する。

$$\cos(\pi - \theta) = \cos(\pi) \cdot \cos(-\theta) - \sin(\pi) \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.29)$$

$$\cos(\pi - \theta) = -1 \cdot \cos(-\theta) \cdots (3.30)$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \cdots (3.31)$$

図 3.1 で逆時計回りに θ_α だけ回転した位置から時計回りに $\frac{\pi}{2}$ rad だけ回転する場合の正弦および余弦を計算する。(2.33)

を使用すると (3.32) を記述できる。(3.32) の右辺を整理すると (3.33) になる。(3.33) の右辺に (3.31) を使用すると (3.34) を記述できる。

$$\sin\left(\theta_\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos \theta_\alpha \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \cdots (3.32)$$

$$\sin\left(\theta_\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \theta_\alpha \cdots (3.33)$$

$$\sin\left(\theta_\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\pi - \theta_\alpha) \cdots (3.34)$$

(2.33) を使用すると (3.35) を記述できる。(3.35) の右辺を整理すると (3.36) になる。

$$\cos\left(\theta_\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin \theta_\alpha \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \cdots (3.35)$$

$$\cos\left(\theta_\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \theta_\alpha \cdots (3.36)$$

2 章で使用した図 2.5 で明らかなように弧度 θ_β の回転の向きを時計回りにしても、公式である (2.33) および (2.34) は成立する。(2.33) および (2.34) の右辺は図 2.5 で示した各距離の加減で (2.33) および (2.34) の左辺の正弦および余弦の計算をしている。このことから、時計回りに弧度 θ_β だけ回転しても (3.37) および (3.38) で計算できる。

$$\sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (2.33)$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (2.34)$$

$$\sin(\theta_\alpha - \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (3.37)$$

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (3.38)$$

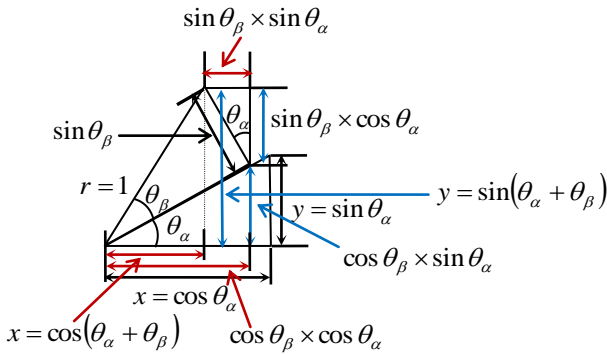


図 2.5 三角形の回転で説明する正弦および余弦

図 2.5 の各距離は図 3.1 の直交座標系の各軸上の負の値を使用しないで計算できている。弧度の負の値を使用するのに回転の向きで弧度の符号を仮定している。正円上の点が回転する向きを仮定するのみでは、その正円で、正弦波として扱う波の関数を記述する弧度の計算ができない。その弧度の値を決定するには、弧度が 0 rad になる位置を必要とする。

著者が独自に構築している本書の波の理論では、正弦波は次のように定義する。図 2.4 での正円の円周上に仮定した x 軸上の点 $(r, 0)$ で計算する弧の長さが 0 の場合に 0 rad と一般に定める。次に、弧度

の正の符号の向きを逆時計回りであるものと仮定する。0 rad の点の位置および弧度の符号の向きが定まったことで y 軸上の点の振動を (2.22) および x 軸上の点の振動を (2.23) で正弦波として描く。横軸に弧度を使用して、縦軸に (2.22) および (2.23) の左辺の値を使用することで、正弦波を描くことができる。

$$y(\theta) = r \cdot \sin \theta \dots (2.22)$$

$$x(\theta) = r \cdot \cos \theta \dots (2.23)$$

その (2.22) および (2.23) に、正円上に仮定した点の移動距離 (3.1)、波の速さ (2.6)、波長 (2.3)、周期 (2.4) および振動数 (2.5) を定義している。

$$l(t) = r \cdot \theta(t) \geq 0 \dots (3.1)$$

$$v_{\omega_r} = v_{\text{wave}}(t) = \text{const.}, (v_{\omega_r} \neq 0) \dots (2.6) \text{ 正弦波の速さ}$$

$$\lambda \equiv 2 \cdot \pi \cdot r, (0 < \lambda < \infty) \dots (2.3) \text{ 正弦波の波長の定義}$$

$$T \equiv \frac{\lambda}{v_{\omega_r}} \text{ s}, (v_{\omega_r} \neq 0) \dots (2.4) \text{ 正弦波の周期の定義}$$

$$\nu \equiv \frac{v_{\omega_r}}{\lambda} \text{ Hz}, (\lambda \neq 0) \dots (2.5) \text{ 正弦波の振動数の定義}$$

正円上の点での波の速さ (2.6) は (3.39) で記述できるので、(2.5) の振動数を使用すると角振動数 (3.40) を導出できる。角振動数は (2.1) で定義した。円周上に仮定した点が定数の速さで回転するので同じ時間に同じ弧度だけ増加することは、(2.1) の右辺で説明できる。

$$v_{\omega_r} = r \cdot \omega_r \dots (3.39)$$

$$\omega_r = 2 \cdot \pi \cdot \nu \dots (3.40) \text{ 正弦波での角振動数および振動数の関係式}$$

$$\omega(t) \equiv \frac{d\theta(t)}{dt} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \dots (2.1)$$

図 2.4 あるいは図 3.1 の正円上に仮定した点が 0 rad の位置から時計回りに回転した場合には (3.20) を使用すると (3.41) を記述できる。(3.42) の左辺は逆時計回りを弧度の正の符号の向きとした場合の正弦波で記述した波の関数である。(3.42) の右辺は時計回りを弧度の負の符号の向きとした場合の正弦波で記述した波の関数である。(3.42) の左辺の正弦波に掛けている係数は負の定数であるので、正円の半径としては扱うことはできない。本書で定義した正弦波は正円で描くものであるので (3.42) の左辺は、負の弧度の向きに円周上の点が回転している場合のものになる。

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \dots (3.20)$$

$$y(\theta) = -r \cdot \sin \theta = r \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.41)$$

$$-r \cdot \sin \theta = r \cdot \sin(-\theta) \cdots (3.42)$$

4 あとがき

3章で、著者が独自に構築している波の理論の正弦波を定義した。このような正弦波にはフーリエ級数理論の応用を仮定している。付録では、フーリエ級数を使用している。弧度に負の値を導入したことで、音波のドップラー効果^{1,3)}のような周波数の計算を正円で計算できる。そのような周波数についての計算技術は、本書の波の理論での特長的な個所であるものと著者は考える。この技術については次回の「理論物理学での波の関数3」にはまだ説明をしない。次回には、正円の弧の長さで正弦波の弧度の記述をする。そのような弧度の考察で物理学的な解釈に触れる。弧度を時点で記述することは角振動数(2.1)から既知である。弧度を弧の長さで記述する際には、その弧の長さを慣性座標系内の距離として扱うことも考えられる。慣性座標系内では、各質点との距離を考えることもある。その距離を使用して、波に観測者および波の源との関係で解析をすることができる。

付録

i. フーリエ係数の導出および本書の振動数についての注意

著者が独自に構築している波の理論では、フーリエ級数理論をたびたび使用する。フーリエ級数理論ではフーリエ級数で解析対象の関数(a.1.1)を説明する。そのようなフーリエ級数での説明で、関数(a.1.1)の波としての特長を知ることができる。付録iでは、そのフーリエ級数の係数の導出をして最後に振動数で分母が零になる場合について触れる。

数学の理論では、一般に周期関数(a.1.1)には定義区間として(a.1.2)を使用する。そして、周期関数(a.1.1)にフーリエ級数(a.1.3)を保証する。(a.1.3)にはフーリエ係数とよばれる3つの係数(a.1.4)～(a.1.6)を仮定している。フーリエ係数の集合(a.1.7)は、関数(a.1.1)のスペクトル(spectrum)と呼ばれることがある。スペクトル(a.1.7)は離散のスペクトルである。

$$f(\theta) \in \mathbf{C} \cdots (a.1.1)$$

$$\theta \in [0, 2 \cdot \pi] \cdots (a.1.2)$$

$$f(\theta) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m(f) \cdot \sin(m \cdot \theta) + b_m(f) \cdot \cos(m \cdot \theta)) \cdots (a.1.3)$$

$$a_0(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \cdots (a.1.4)$$

$$a_m(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(m \cdot \theta) d\theta, (m=1, 2, \dots) \cdots (a.1.5)$$

$$b_m(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(m \cdot \theta) d\theta, (m=1, 2, \dots) \cdots (a.1.6)$$

$$\{a_0(f), a_m(f), b_m(f); m=1, 2, \dots\} \cdots (a.1.7)$$

2章及び3章で導出した三角形の回転で説明する正弦および余弦の公式(a.1.8)～(a.1.11)を使用してフーリエ係数を導出できる。

$$\sin(\theta_\alpha - \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (a.1.8)$$

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (a.1.9)$$

$$\sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (\text{a.1.10})$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (\text{a.1.11})$$

(a.1.9) および (a.1.11) を使用すると, (a.1.12) を記述できる. (a.1.12) の右辺は (a.1.13) の右辺に整理できる.

(a.1.13) を書き直すことで (a.1.14) を導出できる.

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) - \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = (\cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) - (\cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) \cdots (\text{a.1.12})$$

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) - \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = 2 \cdot \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \cdots (\text{a.1.13})$$

$$\sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta = \frac{\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) - \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta)}{2} \cdots (\text{a.1.14})$$

(a.1.14) の弧度に (a.1.15) を仮定する. 弧度 (a.1.15) を (a.1.14) に代入すると (a.1.16) になる.

$$\theta_\alpha = \theta_\beta = k \cdot \theta \cdots (\text{a.1.15})$$

$$\sin(k \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) = \frac{1 - \cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \cdots (\text{a.1.16})$$

(a.1.16) を (a.1.17) のように定積分すると (a.1.18) になる. (a.1.18) の右辺は (a.1.19) の右辺になる. (a.1.17) の右辺に (a.1.19) の右辺を代入することで (a.1.20) を記述できる.

$$\int_0^{2\pi} \sin(k \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} d\theta \cdots (\text{a.1.17})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} d\theta = \frac{1}{2} \cdot [\theta]_0^{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \right]_0^{2\pi} \cdots (\text{a.1.18})$$

$$\frac{1}{2} \cdot [\theta]_0^{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \right]_0^{2\pi} = \pi \cdots (\text{a.1.19})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(k \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = \pi \cdots (\text{a.1.20})$$

(a.1.8) および (a.1.10) を使用すると, (a.1.21) を記述できる. (a.1.21) の右辺は (a.1.22) の右辺に整理できる.

(a.1.22) を書き直すことで (a.1.23) を導出できる. 弧度 (a.1.15) を使用すると (a.1.23) は (a.1.24) に記述できる.

$$\sin(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = (\sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) + (\sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \cos \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) \cdots (\text{a.1.21})$$

$$\sin(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \sin(\theta_\alpha + \theta_\beta) = 2 \cdot \sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta \cdots (\text{a.1.22})$$

$$\sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta = \frac{\sin(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \sin(\theta_\alpha + \theta_\beta)}{2} \cdots (\text{a.1.23})$$

$$\sin \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\alpha = \frac{\sin(2 \cdot \theta_\alpha)}{2} \cdots (\text{a.1.24})$$

(a.1.24) に (a.1.15) の右辺を代入すると (a.1.25) の定積分を記述できる. (a.1.25) の右辺は (a.1.26) の右辺になる. (a.1.26) の右辺は (a.1.27) の右辺になり, それを整理すると (a.1.28) になる. (a.1.25) の右辺に (a.1.28) の右辺を代入することで (a.1.29) を記述できる.

$$\int_0^{2\pi} \sin(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(2 \cdot k \cdot \theta) d\theta \cdots (\text{a.1.25})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(2 \cdot k \cdot \theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[-\frac{\cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \right]_0^{2\pi} \cdots (\text{a.1.26})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{-\cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \right]_0^{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-\cos(4 \cdot \pi)}{2} - \frac{-\cos(0)}{2} \right) \dots (\text{a.1.27})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-\cos(4 \cdot \pi)}{2} - \frac{-\cos(0)}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-1}{2} - \frac{-1}{2} \right) \dots (\text{a.1.28})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = 0 \dots (\text{a.1.29})$$

弧度 (a.1.30) および弧度 (a.1.31) を仮定する. (a.1.23) に弧度 (a.1.30) および弧度 (a.1.31) を代入すると (a.1.32) になる.

$$\theta_\alpha = m \cdot \theta \dots (\text{a.1.30})$$

$$\theta_\beta = k \cdot \theta \dots (\text{a.1.31})$$

$$\sin(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) = \frac{\sin(m-k) \cdot \theta + \sin(m+k) \cdot \theta}{2} \dots (\text{a.1.32})$$

(a.1.32) で定積分 (a.1.33) を記述できる. (a.1.33) の右辺は (a.1.34) の右辺になる. (a.1.34) の右辺の第 1 項は (a.1.35) の右辺になり, それを整理すると (a.1.36) になる. (a.1.34) の右辺の第 2 項は (a.1.37) の右辺になり, それを整理すると (a.1.38) になる. (a.1.33) の右辺に (a.1.36) および (a.1.38) の右辺を代入することで (a.1.39) を記述できる.

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\sin(m-k) \cdot \theta + \sin(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta \dots (\text{a.1.33})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(m-k) \cdot \theta + \sin(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{2} d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta \dots (\text{a.1.34})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{2} d\theta = -\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{m-k} \right]_0^{2\pi} \dots (\text{a.1.35})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{m-k} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (\text{a.1.36})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta = -\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\cos(m+k) \cdot \theta}{m+k} \right]_0^{2\pi} \dots (\text{a.1.37})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\cos(m+k) \cdot \theta}{m+k} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (\text{a.1.38})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = 0 \dots (\text{a.1.39})$$

(a.1.9) および (a.1.11) を使用すると, (a.1.40) を記述できる. (a.1.40) の右辺は (a.1.41) の右辺に整理できる. (a.1.41) を書き直すことで (a.1.42) を導出できる. 弧度 (a.1.15) を使用すると (a.1.42) は (a.1.43) に記述できる.

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (\text{a.1.9})$$

$$\cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta \dots (\text{a.1.11})$$

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = (\cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta + \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) + (\cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta - \sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta) \dots (\text{a.1.40})$$

$$\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta) = 2 \cdot \cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta \dots (\text{a.1.41})$$

$$\cos \theta_\alpha \cdot \cos \theta_\beta = \frac{\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) + \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta)}{2} \dots (a.1.42)$$

$$\cos(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) = \frac{1 + \cos(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \dots (a.1.43)$$

(a.1.43) で定積分 (a.1.44) を記述できる. (a.1.44) の右辺は (a.1.45) の右辺になる. (a.1.45) の右辺は (a.1.46) の右辺になる. (a.1.44) の右辺に (a.1.46) の右辺を代入することで (a.1.47) を記述できる.

$$\int_0^{2\pi} \cos(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} (1 + \cos(2 \cdot k \cdot \theta)) d\theta \dots (a.1.44)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} (1 + \cos(2 \cdot k \cdot \theta)) d\theta = \frac{1}{2} \cdot [\theta]_0^{2\pi} + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(2 \cdot k \cdot \theta)}{2} \right]_0^{2\pi} \dots (a.1.45)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} (1 + \cos(2 \cdot k \cdot \theta)) d\theta = \pi \dots (a.1.46)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \pi \dots (a.1.47)$$

(a.1.42) に弧度 (a.1.30) および弧度 (a.1.31) を代入すると (a.1.48) を記述できる. (a.1.48) で定積分 (a.1.49) を記述できる. (a.1.49) の右辺は (a.1.50) の右辺になる.

$$\cos(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) = \frac{\cos(m-k) \cdot \theta + \cos(m+k) \cdot \theta}{2} \dots (a.1.48)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta + \cos(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta \dots (a.1.49)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta + \cos(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{2} d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m+k) \cdot \theta}{2} d\theta \dots (a.1.50)$$

(a.1.50) の右辺の第 1 項は (a.1.51) の右辺になり, それを計算すると (a.1.52) になる. (a.1.52) の右辺は (a.1.53) になる. (a.1.53) の右辺を (a.1.52) の右辺に代入すると (a.1.54) になる.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m-k) \cdot \theta d\theta \dots (a.1.51)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m-k) \cdot \theta d\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{(m-k)} \right]_0^{2\pi} \dots (a.1.52)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{(m-k)} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (a.1.53)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m-k) \cdot \theta d\theta = 0 \dots (a.1.54)$$

(a.1.50) の右辺の第 2 項は (a.1.55) の右辺になり, それを計算すると (a.1.56) になる. (a.1.56) の右辺を (a.1.55) の右辺に代入すると (a.1.57) になる. (a.1.49) の右辺に (a.1.54) および (a.1.57) の右辺を代入することで (a.1.58) を記述できる.

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m+k) \cdot \theta d\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{(m+k)} \right]_0^{2\pi} \dots (a.1.55)$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{(m+k)} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (\text{a.1.56})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m+k) \cdot \theta \, d\theta = 0 \dots (\text{a.1.57})$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) \, d\theta = 0 \dots (\text{a.1.58})$$

(a.1.14) の弧度に (a.1.30) および (a.1.31) を代入することで (a.1.59) を記述できる. (a.1.59) で定積分 (a.1.60) を計算する.

$$\sin \theta_\alpha \cdot \sin \theta_\beta = \frac{\cos(\theta_\alpha - \theta_\beta) - \cos(\theta_\alpha + \theta_\beta)}{2} \dots (\text{a.1.14})$$

$$\theta_\alpha = m \cdot \theta \dots (\text{a.1.30})$$

$$\theta_\beta = k \cdot \theta \dots (\text{a.1.31})$$

$$\sin(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) = \frac{\cos(m-k) \cdot \theta - \cos(m+k) \cdot \theta}{2} \dots (\text{a.1.59})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) \, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta - \cos(m+k) \cdot \theta}{2} \, d\theta \dots (\text{a.1.60})$$

定積分 (a.1.60) の右辺は (a.1.61) に書き直すことができる. (a.1.61) の右辺の第 1 項は (a.1.62) になる. (a.1.62) の右辺は (a.1.63) になる.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta - \cos(m+k) \cdot \theta}{2} \, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{2} \, d\theta - \int_0^{2\pi} \frac{\cos(m+k) \cdot \theta}{2} \, d\theta \dots (\text{a.1.61})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(m-k) \cdot \theta}{2} \, d\theta = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{m-k} \right]_0^{2\pi} \dots (\text{a.1.62})$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m-k) \cdot \theta}{m-k} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (\text{a.1.63})$$

(a.1.61) の右辺の第 2 項は (a.1.64) になる. (a.1.64) の右辺は (a.1.65) になる. (a.1.63) の右辺を (a.1.60) の右辺の第 1 項に代入して, (a.1.65) の右辺を (a.1.60) の右辺の第 2 項に代入することで (a.1.66) を記述できる.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(m+k) \cdot \theta}{2} \, d\theta = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{m+k} \right]_0^{2\pi} \dots (\text{a.1.64})$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m+k) \cdot \theta}{m+k} \right]_0^{2\pi} = 0 \dots (\text{a.1.65})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) \, d\theta = 0 \dots (\text{a.1.66})$$

フーリエ級数 (a.1.3) の両辺を (a.1.67) のように定積分する. 定積分 (a.1.67) の右辺に (a.1.68) を代入することで, (a.1.69) になる.

$$f(\theta) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m(f) \cdot \sin(m \cdot \theta) + b_m(f) \cdot \cos(m \cdot \theta)) \dots (\text{a.1.3})$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{a_0}{2} \, d\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^{2\pi} a_k(f) \cdot \sin(k \cdot \theta) \, d\theta + \int_0^{2\pi} b_k(f) \cdot \cos(k \cdot \theta) \, d\theta \right) \dots (\text{a.1.67})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^{2\pi} a_k(f) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta + \int_0^{2\pi} b_k(f) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta \right) = 0 \cdots (a.1.68)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{a_0}{2} d\theta \cdots (a.1.69)$$

(a.1.69) の右辺を計算すると (a.1.70) になり, (a.1.71) を記述できる. (a.1.71) の右辺にはフーリエ係数 (a.1.4) が記述されている. (a.1.71) の右辺からフーリエ係数 (a.1.4) を導出する. (a.1.71) を書き直すと (a.1.72) になる. (a.1.72) からフーリエ係数 (a.1.73) になる.

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta = \frac{a_0}{2} [\theta]_0^{2\pi} \cdots (a.1.70)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta = \frac{a_0}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdots (a.1.71)$$

$$a_0(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \cdots (a.1.4)$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \cdots (a.1.72)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \cdots (a.1.73)$$

フーリエ係数 (a.1.5) を導出するために, フーリエ級数 (a.1.3) を使用して (a.1.74) のように定積分する. (a.1.39) および (a.1.66) を使用することで, (a.1.74) は (a.1.75) に記述できる. (a.1.20) を使用することで, (a.1.75) は (a.1.76) に記述できる. (a.1.76) からフーリエ係数 (a.1.77) を導出できる. フーリエ係数 (a.1.5) はフーリエ係数 (a.1.77) に一致する.

$$a_m(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(m \cdot \theta) d\theta, (m=1,2,\dots) \cdots (a.1.5)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{a_0}{2} \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\int_0^{2\pi} a_m(f) \cdot \sin(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta + \int_0^{2\pi} b_m(f) \cdot \cos(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta \right) \cdots (a.1.74)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = 0 \cdots (a.1.39)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = 0 \cdots (a.1.66)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} a_k(f) \cdot \sin(k \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta \cdots (a.1.75)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(k \cdot \theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) dt = \pi \cdots (a.1.20)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta = a_k(f) \cdot \pi \cdots (a.1.76)$$

$$a_k(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(k \cdot \theta) d\theta \dots (a.1.77)$$

フーリエ係数 (a.1.6) を導出するために、フーリエ級数 (a.1.3) を使用して (a.1.78) のように定積分する. (a.1.39) を使用することで、(a.1.78) は (a.1.79) に記述できる. (a.1.58) を使用することで、(a.1.79) は (a.1.80) に記述できる. (a.1.80) からフーリエ係数 (a.1.81) を導出できる. フーリエ係数 (a.1.5) はフーリエ係数 (a.1.81) に一致する.

$$b_m(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(m \cdot \theta) d\theta, (m=1,2,\dots) \dots (a.1.6)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{a_0}{2} \cdot \sin(k \cdot t) d\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\int_0^{2\pi} a_k(f) \cdot \sin(k \cdot t) \cdot \cos(k \cdot t) d\theta + \int_0^{2\pi} b_k(f) \cdot \cos(k \cdot t) \cdot \cos(k \cdot t) d\theta \right) \dots (a.1.78)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} b_k(f) \cdot \cos(k \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta \dots (a.1.79)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(m \cdot \theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = 0 \dots (a.1.58)$$

$$\int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta = b_k(f) \cdot \pi \dots (a.1.80)$$

$$b_k(f) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(k \cdot \theta) d\theta \dots (a.1.81)$$

著者の経験では、波の関数 (a.1.3) の周期は波の形から周期的に繰り返す時間を使用することで決定できる. そのような波の周期は——フーリエ級数理論の振動数も考えるものとする.——, 著者が構築している波の理論での正弦波の振動数に応用できる. このことは、本書の正弦波でフーリエ級数を記述できることから明らかである. ただし、本書の正弦波の振動数 (2.5) は正の実数である. フーリエ変換を導出する際に、数学理論で信号の振動数を仮定する. そのような数学理論の中で仮定された振動数に0以下の実数を仮定する. このように負の実数から正の実数を振動数の区間として、その区間で振動数を独立変数とする信号の関数を定義する. そのような振動数を独立変数とする信号の関数を使用して、サンプリング定理を導出できる¹⁴⁾. サンプリング定理の応用は情報を伝送する技術に応用されており、そのような分野の成果としての評価があるものと2011年12月現在の著者は考えている. 本書の理論では、そのようにサンプリング定理で使用する周波数と呼ばれる変数を正弦波の周波数 (2.5) に等しいものとして説明しないことは重要である.

$$\nu \equiv \frac{v_{or}}{\lambda} \text{ Hz}, (\lambda \neq 0) \dots (2.5) \text{ 正弦波の振動数の定義}$$

$$f(\theta) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m(f) \cdot \sin(m \cdot \theta) + b_m(f) \cdot \cos(m \cdot \theta)) \dots (a.1.3)$$

上述の (a.1.3) のように周期関数で表現できる信号に周期を定めることで、(2.5) のように振動数を認める本書の正弦波を使用することはできない. 本書の正弦波には、正円の円周上に仮定した点が等速の速さ (2.6) で回転することを仮定している. このことでは、理論上はある位置で振動が生じていて、その振動の振幅の値が時点を独立変数とする関数で記述できる. その関数は波を描くことになる. この条件は、数学の周期関数を保証されることでは満足しない. こ

のように点の回転を仮定することで、正弦波の振動数 (2.5) を仮定している。正弦波の速さ (2.6) を仮定しているの
で (2.5) の右辺は零にならないことは明らかである。波の形が繰り返して循環することが保証されることのみで、正弦波
の振動数を定義することはできない。

$$v_{\omega_r} = v_{\text{wave}}(f) = \text{const.}, (v_{\omega_r} \neq 0) \dots (2.6) \text{ 正弦波の速さ}$$

フーリエ級数を使用して (a.1.3) の右辺のように解析することは三角関数の正弦および余弦で記述する術を与える。
そのように (a.1.3) の右辺で記述することを数学では調和解析 (harmonic analysis) と呼んでいる。2011年12月
現在の本書の理論は調和解析で波を記述できることを仮定している。そのように調和解析では、正弦波の振動数で波を
解析できる。そして、(a.1.3) の左辺の信号から周期を計算して、その逆数をその信号あるいは周期関数の振動数とす
る方法を使用しないで済む。フーリエ変換でサンプリング定理を導出する際に、0 以下の振動数を使用することで、振
動数に零を仮定することはすでに触れた。この場合には、周期を振動数の逆数であるものと計算することが成り立たない
——分母が零になる場合がある。——。著者の定義した正弦波の周期 (2.4) および振動数 (2.5) には零を認めていな
い。このことは、周期 (2.4) の右辺の波長 (2.3) および振動数 (2.5) の右辺の正弦波の速さ (2.6) から明らかであ
る。

$$\lambda \equiv 2 \cdot \pi \cdot r, (0 < \lambda < \infty) \dots (2.3) \text{ 正弦波の波長の定義}$$

$$T \equiv \frac{\lambda}{v_{\omega_r}} \text{ s}, (v_{\omega_r} \neq 0) \dots (2.4) \text{ 正弦波の周期の定義}$$

$$\nu \equiv \frac{v_{\omega_r}}{\lambda} \text{ Hz}, (\lambda \neq 0) \dots (2.5) \text{ 正弦波の振動数の定義}$$

ii. 一般の波が伝搬している場合の波の速さ

フーリエ級数 (a.1.3) で描くことができる波で、正弦波が使用できる場合の波の速さについて考察する。波の速さは
文献1で定義した。その波の速さの定義では、弧度を計算できる正円を仮定している。波を描く際に弧度を対応させる
ことは解析する者の勝手である。一般的な技術に、フーリエ級数 (a.1.3) を使用して弧度に対応を与えた波を描くこ
とができる。このように弧度を導入できれば、波の速さの定義 (2.2) を使用できる。このことから、波の振幅を関数の値
とする際に、弧度を独立変数として導入する術が問題になる。この問題には、解析を容易にすることからも、ここでの
考察ではフーリエ級数 (a.1.3) を使用することにする。

$$f(\theta) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m(f) \cdot \sin(m \cdot \theta) + b_m(f) \cdot \cos(m \cdot \theta)) \dots (a.1.3)$$

$$v_{\text{wave}}(f) \equiv \lim_{h_r \rightarrow 0} \frac{l(t+h_r) - l(t)}{h_r} \dots (2.2) \text{——正円上に仮定した点で定義する——波の速さの定義}$$

正弦波の速さを使用することで、その波の速さは定数である。質点の速さを計算するには、質点の速度ベクトル——
文献15で質点の速度ベクトルを定義した。——の大きさを計算する。質点の速度ベクトルを計算するには質点が必要
である。伝搬する波は質点では定義できない。このことは波が質点の移動で考えるものではなく、物理量の振動で考
えることによる。このことで、波の速さが定数である場合には、速さ掛ける時間で波の伝搬距離を計算できることは数学
および物理学で明らかである。このような計算方法で伝搬している振動現象の波の速さを計算することは、基本波にな
る正弦波の速さを応用することとは異なる。フーリエ級数の基本波を使用することでフーリエ級数理論での議論を保
証できる。

観測して描いた波のグラフから計算する場合はグラフの誤差を除去するのにグラフ以外のものを必要とするものと著
者は考える。元のデータから直接速さを計算する場合には、各値の測定誤差を除去する方法が問題になる。元のデータ

を測定する際に、時間を観測することは一般には可能であるものと仮定する。観測している物理量の振動現象が空間で伝搬することを観測できる保証はない。このデータは空間内の1点での物理量の振動を観測しているものである。振動している物理量が、観測している位置の近傍でどのような現象を示しているものかは一般には仮定できない。その位置での振動現象が他の位置での振動現象と物理学で等しいものと保証できないことから、波の速さをどのように定義すべきかは課題になる。著者が独自に構築している本書の波の理論では、観測している1点で波の速さを定義している。このことで、観測している位置の近傍で物理量の振動現象が異なる場合でも、波の速さを観測している位置の波のみで計算できる。フーリエ級数の基本波になる正弦波の速さを、その波の速さとして扱うことができる。

時点を定数に仮定した場合での各位置での振幅の値を連結させて、フーリエ級数で記述できるひとつの波を描けるものと仮定する。その波のフーリエ級数には、基本波を計算することになる。その波は時点を定数に仮定した場合で観察できるものである。その波のそれぞれの弧度に対応する振動現象が近傍の位置に伝搬していることを保証している波ではない。そのフーリエ級数の基本波の弧度を計算する正円に、等速で回転する点を仮定することは理論上可能な余地がある。そのように回転する点で計算する波の速さは、実際に空間を伝搬する波の速さである保証を与えられていない。その波が空間の1点で振動していることを仮定——2次元の直交座標系の横軸は時点を独立変数にできる。——できるならば、その波が空間を伝搬している速さであるものかを考えることもできる。

時点を定数にした場合で、上述のようにひとつの波を描くことができる。各時点で各位置の波の振幅がフーリエ級数でひとつの波に描けるように連結することを仮定する。そして、そのフーリエ級数の波を描く振動は0 radに対応する位置で周期をもつ振動として観測できるものと仮定する。各位置の振動は、その独立変数となる弧度が、それぞれ異なる値でのフーリエ級数の波の振幅値を示すことになる。この仮定では、フーリエ級数——各位置でフーリエ級数に記述できる波を考える。——の基本波になる正弦波の速さが等しいことになる。このことで、各時点で各位置の振幅を知るのに独立変数の距離を角周波数で書き直すことができる。このことは、次のように説明できる。フーリエ級数での基本波の正円の円周上に仮定する点で、基本波の弧度を計算できる。時点が定数の場合では、各位置に対応する弧度をフーリエ級数の基本波の弧度として計算できる。それらの弧度は同じ正円で同時に計算できる。複数の弧度は、波を描く2次元直交座標系の横軸の目盛りに対応を保証される。このことでは、円周上に仮定する点は無数であり、それぞれの点は直交座標系の横軸の値に対応を与えることになる。円周上に仮定した各点が等しい速さで回転しているならば、各点に横軸の弧度を1対1で対応させることができる。このことでは、そのひとつの波の1周期を描くフーリエ級数の基本波になる正弦波の速さは、円周上の各点の速さに等しいことになる。一般には、各フーリエ級数の基本波での正弦波の速さは、互いに等しいものとは限らない。

空間の1点で振動現象の波を描く直交座標系の横軸は時点を独立変数にすることができる。その横軸を使用した直交座標系で、ひとつに描いた波のフーリエ級数から波の速さ(2.2)を応用できる。その波の速さは、基本波になる正弦波の速さなので定数として扱える。実際、各位置の波の速さがそれぞれ等しい定数であることは保証できない。このことは、波が伝搬する過程で空間を構成している各物理量が異なることから説明できる。波の速さ(2.2)には空間の1点で観測した振動現象の波の速さを仮定している。2011年現在の著者の考えでは、それぞれの波の速さの関係を説明する理論の構築は各研究での応用問題である。ただし、空間でひとつの波が伝搬しているならば本書の波の速さは定数であるので、その波の速さが各位置で等しいことは明らかである。

フーリエ級数理論では、元のデータからの関数を使用する。フーリエ級数を描く場合には関数を定義するのに都合がよい観測データであるものかは重要なことである。データが、その関数を定義するのに十分でない場合にはフーリエ級数で波の速さを計算することは適しているものとは保証できない。十分な関数が定義できたならば、波の1周期に伝搬する距離および波の速さは基本波の弧度を計算できる正円から計算できる。波の1周期に伝搬する距離は、基本波のフ

ーリエ係数を使用して正弦波の波長から計算できる。波の速さは、その正円の弧の長さから計算できる。このことでは、波の1周期に伝搬する距離は、関数からフーリエ級数で計算するので、グラフを描いて読むものよりも数字を与える根拠を数学理論に基づくことができる。弧の長さを計算することでは、関数の各値の誤差が等しくないことも仮定できる。このような客観的な根拠を与えて論じることができるので、分りやすく——数学としては難解になる場合も著者は考える。——できる。

参考文献

- 1) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 1”](#)
- 2) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第1回”](#)
- 3) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第2回”](#)
- 4) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第3回”](#)
- 5) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第4回”](#)
- 6) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第5回”](#)
- 7) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007Option”](#)
- 8) [富岡和人, “AL COM.CVSSyst.1 on Dec. 27, 2006”, 循環系に関する研究報告, \(2006-12-27\), pp.7-14.](#)
- 9) [富岡和人, “AL COM.CVSSyst.2 on Dec. 25, 2008”, 循環系に関する研究報告, \(2008-12-25\).](#)
- 10) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第一回”](#)
- 11) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第二回”](#)
- 12) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第三回”](#)
- 13) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume1, John Wiley & Sons, Inc., pp.457-458.
- 14) Vladimir A.Zorich, Roger Cooke(Translator), 2004 : Mathematical Analysis II, Spronger, pp.585-587.
- 15) [富岡和人, “特殊相対性理論の速度の変換”, pp.32-35.](#)

免責事項

A LIFE COM.および外部の情報提供者は、ユーザーに対しこの Web サイトの内容について何ら保証するものではありません。ユーザーが A LIFE COM.の Web サイトを利用したことにより被った損失・損害、その他 A LIFE COM. の Web サイトに関連して被った損失・損害について、A LIFE COM. および外部の情報提供者は、一切責任を負いません。本資料は情報提供を目的として作成したものです。本資料の真偽に対しては、著者、A LIFE COM.および A LIFE COM.のバイオ研究室は一切の責任を負いません。

著作権

Copyright © 2011 富岡和人 All rights reserved.

文書のプロパティーの文書に関する制限の概要の表示内容については著者の許可のないものとします。

本ドキュメントのバックアップのコピーは許可します。

本ドキュメントを私的利用の範囲内で印刷することは許可します。

作成日：2011年12月31日

発行日：2011年12月31日

ホームページ

<http://www.alifecom.info/>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/>

特殊相対性理論のページ

<http://www.alifecom.info/relativity.htm>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/relativity.htm>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/relativity.htm>

波の理論のページ

<http://www.alifecom.info/theoryofwaves.htm>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/theoryofwaves.htm>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/theoryofwaves.htm>