

ガリレイ変換および絶対速度

——ニュートン力学の相対性原理およびアインシュタインの特殊相対性理論の速度の相対性——

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1 まえがき

慣性座標系には、ニュートン力学で使用するものと電磁気学で使用するものとに2018年現在の理論物理学で分けることができる。電磁気学の慣性座標系では、真空中の光の速さが同じ定数である。ニュートン力学では絶対速度および相対速度に区別して速度が変化する。この変化では、すべての慣性座標系上で同じ値になる真空中の光の速さにはならない。この相違では、電磁気学あるいはニュートン力学を修正する考えが生じる。ニュートン力学の絶対空間を採用することで、絶対速度を使用できる。絶対空間を証明するのにエーテルを仮定したものと報告される。そのエーテルが観測されないと、絶対空間が観測できていないものとなる。エーテルの観測がされないままでアインシュタインの特殊相対性理論が発表されたものと報告されている。このことで、その問題にアインシュタイン先生が特殊相対性理論で解決を与えていらっしゃるものと説明される。特殊相対性理論では、絶対速度を使用しないで済む。このことで、電磁気学での真空中の光の速さがすべての慣性座標系で同じ定数であることを使用できる。

著者が学生の頃の物理学書では絶対空間を説明していることはほとんどないかの印象がある。このことでは、ガリレイ変換、絶対速度および相対速度について理論物理学的な説明を読まないことがある。著者の専攻では、数学的モデルが重要になることが多い。その数学的モデルの理解に、ニュートン力学、電磁気学、特殊相対性理論および一般相対性理論の区別を要求することがある。このような理論上の相違を認識するためにも本書での説明を使用している2018年現在である。

2章では、電磁気学からの真空中の光を説明している。真空中の光の速さについてニュートン力学、アインシュタインの特殊相対性理論および一般相対性理論に触れている。光は電磁波である。電磁波および熱に関係する物理学の歴史的な事柄を説明している。そのような歴史的な発見がアインシュタイン先生の特殊相対性理論に結びつくことを説明してある。その際に、ニュートン力学の慣性座標系および電磁気学の慣性座標系の相違について、絶対空間、絶対時間および絶対速度について説明した。

2章1節では、特殊相対性理論の慣性座標系について説明している。日輪の光明および文字は、我々に智慧を与えるのに重要なものである。日輪、文字および生体に関係する理論物理学および工学について考察している。そして、日輪が時間に関係することで、エネルギーの増減、速度の変化および生死を説明する結合・離散について触れている。時間が慣性座標系を扱う際に相対性の説明をするのに用いられる。特殊相対性理論では、絶対空間は否定できないが絶対時間は否定できる。このことで、本節では時間の観測に関係することから特殊相対性理論の慣性座標系について説明している。この慣性座標系では、特殊相対性理論では絶対速度を使用しないことで、電磁気学の真空中の光の速さがすべての慣性座標系上で同じ値になることを説明できる。これは、速度の相対性を説明できる。このような速度の相対性は、距離の相対性および時間の相対性も使用している。このような相対性は、ローレンツ変換で導出できることを示す。ローレンツ変換を導出できる特殊相対性理論では、特殊相対性原理および光速不変の原理を導入している。これらについて説明している。最後の方には、一般相対性理論の加速度座標系を使用して加速度の相対性についても考えている。

3章では、ニュートン力学について説明している。ニュートン力学で慣性質量が提案された。その慣性質量は定数である。慣性質量はニュートンの運動方程式を記述するのに使用する。その運動方程式の記述には、加速度を使用する。その加速度は、すべての慣性座標系で同じ値になる絶対加速度である。アインシュタインの特殊相対性理論では、変数

である慣性質量が使用される。この場合では、エネルギーの保存則および質量の保存則に相違があることを説明した。これらの相違は、真空中の光を扱う際に歴史的な結果を示す。真空中の光を扱うことで、重力の問題も説明できる。この問題では、加速度座標系を扱うので加速度座標系の相違も簡単に説明をした。比較対象は、ニュートン力学の加速度座標系とアインシュタインの一般相対性理論の加速度座標系である。一般相対性理論の導入レベルでは、特殊相対性理論で使用するローレンツ変換を応用して計算できる。このことは、ニュートン力学とは逆になるアインシュタインの一般相対性理論の重力理論を説明できる。ニュートン力学では慣性座標系で、ニュートンの万有引力の法則を使用して重力を説明する。一般相対性理論では、加速度座標系上で重力を扱う。

3章1節では、ニュートン力学の直交座標系を考える。このことでは、一般相対性理論の加速度座標系は撓む座標系であるが、慣性座標系は撓まないことで扱った。撓まない慣性座標系でも、ニュートン力学は絶対空間を使用して絶対速度を計算する。この計算では、絶対時間を使用する。これらのことでは、慣性質量が定数になる場合と変数になる場合の相違を招く。このことは、ニュートンの3つの運動の法則に使用できるニュートン力学との相違がある特殊相対性理論の慣性座標系を説明できる。この相違は、相対性原理の内容の相違になる。直交座標系と線形性についても説明をした。このことでは、座標系が撓まないことに関係する。

3章2節では、ニュートン力学の絶対速度および相対速度について説明をした。絶対速度を計算するのに絶対加速度を使用する。絶対空間および絶対時間での計算になる。絶対空間を採用する理由について考察した。このことは、ニュートンの3つの運動の法則の採用に関係する。さらに、ニュートン力学の相対性原理を与えるガリレイ変換を導出する計算でもある。その計算では、絶対加速度を使用して質点の絶対速度および相対速度を導出して速度の変換を与える。相対速度が零である場合では、絶対空間と慣性座標系に関係が強くなる。その関係について説明した。導出した絶対速度では、質点の絶対運動での位置の式を導出している。導出した相対速度では、質点の相対運動での位置の式を導出している。

3章3節では、3章2節で導出した速度の変換および位置の式から位置の変換を導出する。この位置の変換は、ガリレイ変換の位置の変換を意味する。このことは、3章5節で説明する。位置の変換の導出は、ひとつのみではない。このことで、他の方法でも導出できることを示している。

3章4節では、ガリレイ変換が電磁気学の真空中の光の速さを定数として使用できないことを示している。このことは、歴史的にエーテルを仮定して、絶対空間および絶対時間を否定することに結びつく。このような研究が進むことで、1905年のアインシュタイン先生の特殊相対性理論に繋がる。このことは、光の粒子説を導出できることでもある。ニュートン先生の光の粒子説の提案について著者は記憶がある。光の粒子の慣性質量は、アインシュタイン先生の特殊相対性理論で導出できる。さらに、1905年のアインシュタイン先生の光電効果の方程式で光の量子エネルギーの御意見が提出されている。この計算で、電磁波のエネルギーが離散的な値に量子化できることになる。このことは、特殊相対性理論で導出できる光の粒子性に支持を集めることができる。光が電磁波であることは1905年には認められている。さらに、光が粒子としての性質を示すことを導出することになる。

3章5節では、導出してきた速度の変換式および位置の変換式がガリレイ変換式のものであることを説明する。さらに、絶対速度および相対速度についても考察する。その説明で、ガリレイ変換式を記述する。このことでは、速度の変換式および加速度の変換式も導出する。ガリレイ変換の不変量について説明もしている。ローレンツ変換がガリレイ変換に近似することを説明した。このことは、絶対速度および相対速度に非常に関係がある。最近の基礎物理学の専門書に絶対空間の説明が十分に無く相対速度のみの説明になることを理解するのに、ローレンツ変換とガリレイ変換との関係が重要でもある。このことでは、慣性質量の相違にも関係することを説明した。これらのことは、著者の研究している基礎物理学の体系の基礎事項でもある。2018年現在の著者は、特殊相対性理論および一般相対性理論での座標系

で説明する基礎物理学の体系の組み方を研究している。この問題では、アインシュタイン先生の相対性理論がニュートン力学を近似で導出できる場合で解決できることがある。このような事例は、文献「慣性力および加速度」で示している。ただし、文献「慣性力および加速度」は大学のテキストとしては書いていない。

付録 i では、位置の相対性および時間の相対性についての説明をした。ここでは、ローレンツ変換を使用しないで位置および時間の相対性の導出を示した。次に、ローレンツ変換を使用して同様の式を導出している。このことは、ローレンツ変換式の時間の変換式の理解に関係する。

付録 ii では、特殊相対性理論の時間軸上の質点の持つ全エネルギーについての説明をしている。4次元時空の座標を使用した説明である。特殊相対性理論の慣性座標系で使用できる不変量に関連する事項である。

付録 iii では、相対速度、絶対速度および速度の相対性についての説明をした。これは、基礎物理学の相違で、絶対空間および絶対時間を使用して絶対速度の説明がない指導書での相対速度の扱いについての2018年現在の著者の考え方を説明している。

文献1～文献6は、電位の定義についての文献である。著者の専攻である心臓血管系の回路モデルに関する電位である。既出の電位の説明は、無限遠から点電荷を移動させるものであった。このような計算技術の指導を電位の定義に使用することは著者が独自に構築した心臓血管系の回路モデル理論では使用しない。著者の心臓血管系の回路モデル理論で使用する電位の定義についての説明をした文献である。電位の定義については、電位を定義するのに使用するポテンシャルエネルギーの定義も改めて与えている。著者が学生の頃の和書では、ポテンシャルエネルギーは質点の持つものと教えているものがある。この意味では、ポテンシャルエネルギーは質点の説明で与えていた。質点系で定義すべきポテンシャルエネルギーを質点系の指導の前に質点の持つエネルギーとして指導をしていた。著者は質点系に蓄えられるポテンシャルエネルギーであるものと定義している。著者は、独自に血流量を定義している。その血流量は、電流を応用したものである。血流量で、正味の血液量を定義した。この正味の血液量を考えるのに、正味の電気量を定義している。独自にインダクタンスを定義している。そのインダクタンスも心臓血管系の回路モデルで使用する。ニュートンの運動方程式で記述するものは、質点に作用している合力である。著者が学生の頃に読んだ和書では、ニュートンの運動方程式では質点に作用している力を記述しているものと説明をしていた。質点に作用している力は質点に作用している合力とは異なる。日本の物理学書では、質点の計算で力学的エネルギーの保存の法則を指導していた。著者は、質点系の計算で力学的エネルギーの保存の法則を説明している。さらに、質点系のエネルギーの保存則を説明した。

文献7は慣性力および加速度についての説明である。ここでの加速度は、一般相対性理論での加速度である。この意味では、加速度座標系を使用している。ニュートン力学の慣性力は、加速度座標系で使用する見かけの力である。ニュートン力学では慣性座標系でニュートンの万有引力の法則を使用する。一般相対性理論は、加速度座標系を使用して重力を扱う理論である。アインシュタイン先生の特殊相対性理論では、ニュートン力学の重力理論が導出できない。このために、特殊相対性理論の慣性座標系上での計算では一般相対性理論を使用する。この文献での指導では、一般相対性理論の導入レベルでローレンツ変換を応用して計算している。この計算方法では、大学1年生の基礎物理学の初めから特殊相対性理論および一般相対性理論の座標系で計算して、ニュートン力学を近似値として導出することを可能にするものと2018年現在の著者は考えている。

文献8は、特殊相対性理論の速度の変換の導出の説明である。長さの変換および時間の変換を導出している。ローレンツ変換および特殊相対性理論の速度の変換では、ガリレイ変換は近似値として説明できる。

文献9は特殊相対性理論の質点の持つ全エネルギーの変換式および慣性質量の変換式の導出の説明である。さらに、運動量の変換式および運動量の成分・エネルギーの変換を導出している。波長の変換式および周波数の変換式も導出している。著者が独自に定義した静止質量の定義の導出も説明している。

文献10は、著者がアインシュタイン先生の特相対性理論を学んだ専門書である。特相対性理論は全体的に文献10を参考している。一般相対性理論についても参考にした。

文献11では、アインシュタイン先生の特相対性理論および一般相対性理論の論文の英訳を載せているとする本である。本書では、ローレンツ先生の電子の慣性質量が変数になることを主張する論文も参考している。

文献12および文献13は著者が基礎物理学を学んだ専門書である。基礎物理学は、全体的に文献12と文献13に学んでいる。

文献14は、CODATAのサイトから無償でダウンロードできたファイルである。基礎的な物理量の値を与えてくれるものである。

文献15は、昔の理論物理学を著者が参考している本である。ガリレイ変換、絶対速度、相対速度およびグランベールの原理について参考にした。

文献16は、著者が前期量子論について参考している本である。前期量子論では、文献13も参考している。

文献17は、著者が微分積分学を学んだ専門書である。特に本書でも使用している微分は文献17で学んだものである。著者が大学生の頃に大学のテキストで学んだものとは異なる。

文献18～文献22は、心臓血管系の回路モデルのファイルである。文献18は、著者が心臓血管系の回路モデルの研究を始めてから約10年間の成果の一部をまとめた論文である。著者が独自に心臓血管系の回路モデルの基礎理論を構築したものである。文献19は、血流量の定義式およびインダクタンスの定義式についての論文である。文献18の基礎理論を使用しているが文献18で定義した血流量の定義を修正している文献19である。文献20～文献22は、初心者向けの心臓血管系の回路モデルの説明をしているファイルである。文献18および文献19の論文の基礎的で初等的な箇所を初心者向けに説明している。著者が独自に心臓血管系の回路モデルの基礎理論を考えたのは、成書で読むものでは分母が零になる計算であるものと著者が判断したためである。当時の著者の学士論文および修士論文の研究課題である。文献18の血流量では心臓血管系の回路モデルで使用することを限定しているの、文献19の血流量とは異なる。文献19の血流量の定義は、一般化した血流量の定義式である。

文献23～文献29は、著者が独自に構築している波の理論である。文献23および文献24で正弦波を定義している。著者は学生時代から正弦波を使用しているも正弦波を定義した理論を読んだ記憶がない。著者が独自に正弦波の定義を与えたものである。文献25では、時間を著者が独自に定義した。その時間の定義を使用して、著者の独自の心のモデルを構築し始めている。その心のモデルでは、心は無始無終で存在することになる。このことは、基礎物理学から導出を試みている。心が無始無主であることは、仏法に一致する。仏法でも方便ではなく、真実として主張される最高経典での指導である。我が国には、その最高経典に予言されている本門の教主が出世した実大乘仏法の流布の国としての徳を示すものとの教えが有る。この意味では、著者の独自の心のモデルの内容は我が国に關係のある内容である。文献25～文献29までの文献28を除いたファイルは、心のモデルについて考察している箇所がある。文献28では、2重性を著者の独自の方法で導出しているファイルである。著者が独自に定義した時間を使用して独自の2重性の導出方法を考察している。本書の内容に關係する無始無終の心と相対性については次のようなことを2018年現在の著者は考える。

東西を対する方位に用いる。日輪は東から西へ向かう。月輪の光明は日輪の光明が反射していることを観測している報告がある。仏法では、月輪の光明は日輪の光明から生じることが説かれている。月輪および日輪は、法や仏に譬えることで読む。約三千年前に月氏とよばれる天竺で仏が出世している説がある。天竺の仏の教えは、末法法滅の時には残された色経巻は衆生を成仏させる利益を失うものと平安時代の後期に観ることを読む。天竺の仏がご入滅してから千年間までが正法時代、次の千年間が像法時代および次の一万年間は末法法滅の時であるものと扱うことがある。天竺の仏

語は中国で漢訳されて日本に向かったことになる。極東の日本には、鎌倉時代に末法法滅の教主が出世し末法に天竺の仏語に有る最第一の法の正体を顕わされているものとする信心がある。天竺の仏は迹門の教主として説かれる。本門の教主は末法法滅の時に出世して本門の最第一の法の正体を顕わすことを信心する宗がある。迹門は本門から生じている。仏法の本門に真実の仏界を信じる。本門の仏界は、最第一の法の正体と一体である一仏乗の十界の仏界である。十界は、仏界、菩薩界、縁覚界、声聞界、天界、人界、修羅界、畜生界、餓鬼界および地獄界になる。仏は仏界に住することになる。仏界から他の九つの界が生じるものと教えられる。十界の各界に十界を観ることで百界を教えられる。十に十を掛けることで百になる計算である。迹門の教主である仏は、本門の教主である仏の弟子になる。四十余年間は未だ真実を顕わしていない、ものと信解されている経文がある。天竺の仏の一代聖^{しょうぎょう}教は約50年間であるものと教えらるゝことがある。四十余年間は約42年間であるものと信解する。この50年間から42年間を引くと8年間になる。この8年間に、最第一の法の正体が秘し沈められていることを明かす経文が説かれているものと信解する信心が有る。「八十入滅」を仏語であるものと教えられることがある。天竺の釈迦牟尼仏が80歳で御入滅していらっしゃる説を支持する仏語である。80歳から50年を引くと30歳から仏法を説いていらっしゃる釈迦牟尼仏の三千年前の物語である。30歳から仏法を説いていらっしゃる物語では、30歳から成道していらっしゃる説になる。30歳からの成道および三千年前の御入滅では、2018年現在の著者の持っている辞書とは異なる内容である。8年間に、そのように真実を説き始める経文では、釈迦族の王子から釈迦牟尼仏として成道なさっているものと説いてくださったことは方便であり、実に五百千萬億塵点劫の久遠に成仏をしていらっしゃるものと明かされる信心になる。釈迦族からの成道では三千塵点劫からの大通智勝仏を父とする修行で始めての成道であることを説かれる。この方便は、2018年現在の著者は「始成正覚」と呼ばれることを記憶している。最第一の法の真実での五百千萬億塵点劫の久遠の成仏は「久遠実成」と呼ばれることを記憶している。その久遠実成では、釈迦牟尼仏は菩薩行をしていらっしゃる。このことでは、釈迦牟尼仏の師匠である御本仏が教主となる法である大御本尊を信解する仏法の修行を明かされるものとなる。釈迦牟尼仏は、久遠実成からの弘教で無数の分身諸仏を弟子としていらっしゃるものと明かされる。釈迦牟尼仏および無数の分身諸仏が信じていらっしゃるものは、一仏乗の最第一の法の正体である仏法であるものと信解する信心である。御本仏の法である大御本尊および教主である御本仏は、無始無終で仏界と一体であるものと信解する諸仏の御信心であるものと教えられる。御本仏の法である大御本尊の弘教は、経文で付属が顕わされていらっしゃる聖人から始まるものと信解する。この付属には、血脈を考えることになる。血脈が与えられている御聖人からの弘教の始まりであり、血脈で顕わされる最第一の法である大御本尊を明かされる信心である。西方から極東の日本へ月輪の光明が向かい、極東の日本から西方へ向かう日輪の光明の物語である。極東の日本の西方から東方へ天竺の釈迦牟尼仏の教えが伝えられた。日本の東で鎌倉時代の幕府に破折・折伏行を行い西方へ向かう本門の大御本尊の光明である。西方の平安京は千年間を超えて我が国を利する都であった。憲法十七条が表されて千年を超えて平安京が失われる頃に、滅亡した大日本国憲法が生じている。大日本帝国では国教化政策の下に神仏分離を主張して国民教化を進めて、天空に太陽の日輪および原爆の日輪の2つの日輪が現れた滅亡の物語の記録を考えることもできる。その神仏分離では、廢仏毀釈の運動を辞書で読むこともある。鎌倉時代に御本仏が我が国に出世して下さっているときは、世界最大の帝国と言われることもある大蒙古国の2度の襲撃——蒙古襲来とも言われる。——にも2度の神風が吹き大蒙古国の侵略から日本国が守られる物語を2018年現在の著者には記憶がある。

日輪が東から西へ向かうことは、物理学の観測では太陽の周りを自転しながら周期的に周っている地球上での観測で説明していることになる。ニュートン力学のニュートンの万有引力の法則で説明できる。この計算では、ケプラーの法則を使用する。ケプラーの周期の法則は、経験的に確認された法則として報告されていることを2018年現在の著者は記憶している。後に、ニュートン力学で導出できることになる。このようなことは、天文学および物理学での太陽の

周りを回転する地球についての説明である。仏法では、最第一の法である大御本尊は一幅の大曼荼羅であることを末法法滅の教主に顕わされている。像法時代までは釈迦牟尼仏が残した色経巻の一代聖教しやうきやうの後半の八年間で顕わした最第一の法の経巻を本尊とするものであったことを教えられる。大曼荼羅である大御本尊を信受することで、心が不思議にも仏界と一体である最第一の法を顕わすことで仏界の仏として目覚めることを説かれることを著者は記憶している。目覚める前は菩薩界から地獄界までの夢を見ていることに譬えられる。三宝さんぼうは、法・仏・僧である。末法法滅の時の三宝の法は最第一の法になる大御本尊である。その三宝の仏は教主となる仏である。その三宝の僧は三宝の法である大御本尊を顕わすことができる血脈を相承なさっていらっしゃる唯一人の僧の御歴代の御正師である。無上であるものは、最第一の法になる大御本尊である。三宝の仏は、その最第一の法を頭上に頂いていらっしゃることになる。釈迦牟尼仏も最第一の法である無上の法を信受していらっしゃることを教えられる。釈迦牟尼仏は、その無上の法では脇士である。経文では多宝如来と共に脇士であるものと信解する。その中尊の位置に当たる中央には最第一の法の名目さらに最第一の法を頭上に頂く教主である本仏を教えられる。その中央の最第一の法および教主である本仏は日輪に譬えられる。日輪に譬えられる最第一の法の光明で顕われる教主である御本仏が中央である。御本仏を日輪に譬えられることでは、その日輪の上に最第一の法を顕わす。脇士である釈迦牟尼仏は、その日輪の光明で顕われる月輪に譬えられる。釈迦牟尼仏の弟子である無数の分身諸仏は、釈迦牟尼仏および多宝如来より遙か下方に参列して迹土を顕わすものと信解する、無上の法および御本仏の日輪に譬えられる光明で、釈迦牟尼仏、多宝如来および無数の分身諸仏が顕わされるものと信解する。

本書では‘誤り’がないことを保証はしない。本書の校正の作業は今後も行う予定である。本書の‘誤り’が見つかった際には不定期に改訂を行い発行する予定である。

目次	
1 まえがき	1
目次	7
2 電磁気学および特殊相対性理論 (the special theory of relativity) での慣性座標系 ^{1) 2) 5) 7)}	8
2.1 特殊相対性理論 (the special theory of relativity) の慣性座標系 ^{7) 8) 9) 10) 11) 12) 13) 14) 16)}	12
3 ニュートン力学の絶対速度およびガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) ^{7) 12) 15)}	27
3.1 ニュートン力学の撓まない直交座標系 ^{10) 12) 15)}	32
3.2 絶対速度 (the absolute velocity) および相対速度 (relative velocity) ^{12) 15)}	36
3.3 位置の変換式 ^{12) 15)}	44
3.4 真空中の光の速さおよび絶対空間での相対速度 ¹⁰⁾	48
3.5 ガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) ^{12) 15) 29)}	50
4 あとがき	57
付録	59
i. 位置の相対性および時間の相対性 ^{10) 12)}	59
ii. 特殊相対性理論の時間軸上の質点の持つ全エネルギー ^{10) 12)}	66
iii. 相対速度 (relative velocity), 絶対速度 (the absolute velocity) および速度の相対性 ^{10) 12) 15)}	67
参考文献	71
免責事項	72
著作権	72

2 電磁気学および特殊相対性理論 (the special theory of relativity) での慣性座標系^{1) 2) 5) 7)}

光の観測をすることで、質点の持つ全エネルギーを議論できる。真空中の光がすべての慣性座標系上で同じ速さを持つことを観測できる。この観測に基づくことでは、ニュートン力学 (Newtonian mechanics) の慣性座標系 (inertial coordinate-system) は妄語であり不適切であるものと扱われる 2018 年現在である。このような真空中の光の速さ (speed of light in a vacuum) が定数であることには、アインシュタインの特殊相対性理論 (Einstein's special theory of relativity) で光速不変の原理が導入されている。その光速不変の原理を使用して導出できる慣性座標系を特殊相対性理論では使用する。このように、我々の理論物理学 (theoretical physics) で使用する座標系は採用する計算で選択することを要請される。本章では、特殊相対性理論 (the special theory of relativity) の慣性座標系およびローレンツ変換式 (Lorentz transformation equations) を説明する。それらを使用して、慣性座標系間でのガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) について本書で説明する。ガリレイ変換では、絶対空間上に静止した慣性座標系を考えることができる。この意味では、絶対空間と慣性座標系間での変換とも考えることができる。3章では、ニュートン力学の慣性座標系を説明する公理となる絶対空間 (absolute space) および絶対時間 (absolute time) について考察する。ニュートン力学の慣性座標系には、ガリレイ変換を使用する。ガリレイ変換では、絶対速度 (the absolute velocity) および相対速度 (relative velocity) を使用する。この絶対速度に絶対空間を採用することで、ニュートンの3つの運動の法則を使用できるので重要でもある。しかし、観測では絶対空間は未発見のものであり、理論物理学上で使用する。さらに、絶対時間 (absolute time) はアインシュタインの特殊相対性理論で否定できる。特殊相対性理論で使用するローレンツ変換で、2つの慣性座標系間の速度の変換式を導出でき絶対空間は理論物理学上でも直接に考えなくて済むようになる。そして、電磁気学 (electromagnetism) の慣性座標系は、特殊相対性理論の慣性座標系を使用することでマクスウェルの方程式系の電磁場の変換が可能になる。この意味では、特殊相対性理論で電磁気学は修正 (modification) されずにニュートン力学が修正されることになった。

ニュートン力学の重力 (gravitational force) を説明するニュートンの万有引力の法則 (Newton's law of universal gravitation) が一般相対性理論で近似となる重力理論になる。アインシュタインの一般相対性理論 (Einstein's general theory of relativity) の加速度座標系での重力は特殊相対性理論の慣性座標系を基礎とした空間での説明であり、絶対空間 (absolute space) および絶対時間を否定できる。ローレンツ変換での近似式になるガリレイ変換を考えることができる。このことでは、真空中の光の速さと質点 (material point) の速さとの比較をする。光の速さは、一般相対性理論 (the general theory of relativity) の重力場では減速することを導出できる。このような計算は、真空中の光の速さは絶対速度 (the absolute velocity) で記述できないことを説明する。この絶対速度を否定することで、速度の相対性を説明している特殊相対性理論である。ニュートン力学では、絶対加速度を使用する。絶対加速度 (the absolute acceleration) では、加速度の相対性を説明できない。加速度の相対性は、加速度座標系を採用する一般相対性理論で説明できる。慣性座標系上での計算である特殊相対性理論では、加速度の相対性は導出できない。このようなことは、ローレンツ変換を使用して一般相対性理論の近似の計算をして加速度の相対性を導出できる——文献7で導出した。——。一般相対性理論の波動方程式での重力場を計算できなくても特殊相対性理論のローレンツ変換で加速度の相対性を導出でき、真空中の光の持つ全エネルギーの増減および真空中の光の速さの減速を導出できる。このような理論物理学の歴史的な発見では、真空中の光は重要である。光の波動説および粒子説では、フック (Robert Hook) 先生、ホイヘンス (Christiaan Huygens) 先生、ニュートン (Isaac Newton) 先生、マクスウェル (James Clerk Maxwell) 先生およびアインシュタイン (Albert Einstein) 先生に関係する論争を紹介される。1888年に、ヘルツ (Heinrich Hertz) 先生がマクスウェル先生の光の伝搬の電磁波の理論を実験で明らかにしたと報告されている。1923年にはコンプトン (Compton) 先生が「コンプトン効果 (the Compton effect)」と呼ばれる実験 (experiment) で光の粒子としての

振る舞いを示したものと報告されている。

真空中の光がすべての慣性座標系上で定数の速さを持つことは、マクスウェルの方程式系 (Maxwell's equations) で導出できる。光 (light) が電磁波であるので、真空中の光の速さをマクスウェルの方程式系で導出できる。電磁波は動的な電場 (electric field) および動的な磁場 (magnetic field) で記述する。ここでは、電場 (2.1), 磁束密度 (2.2), および磁場 (2.3) を使用する。磁場 (2.3) と磁束密度ベクトル (2.2) の関係は、(2.4) で記述できる。磁束密度ベクトル (2.4) の右辺には、真空中の透磁率 (2.5) を記述している。

$\mathbf{E} \dots (2.1)$ 電場ベクトル

$\mathbf{B} \dots (2.2)$ 磁束密度ベクトル

$\mathbf{H} \dots (2.3)$ 磁場

$\mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{H} \dots (2.4)$ 磁束密度ベクトル

$\mu_0 \dots (2.5)$ 真空中の透磁率

電流が電気抵抗のある導線に生じさせることでは、熱エネルギーを生じることを説明できる。熱エネルギーは、熱を生じる際に光を発することがある。電流 (current) は、一般には電子の移動で説明する。電子の移動方向とは逆に電流の流れる向きとして扱う——文献5で説明した。——。電子の移動は、静電場 (electrostatic field) では電子に静電気力 (electrostatic force) ——静電気力はクーロンの法則で説明できる。文献2で説明した。——が作用していることで説明する。動的な電場は、電磁場 (electromagnetic field) として動的な磁場と共に生じることを説明できる。電磁場内に電子が存在することで、その電子にローレンツ力 (2.6) が作用する。電磁力 (electromagnetic force) であるローレンツ力 (the Lorentz force) では、点電荷 (point charge) の電気量 (quantity of electricity / charge) は (2.7) で記述する。その点電荷の速度ベクトルは、(2.8) で記述する。ローレンツ力の右辺の第1項は、電気力 (an electric force) である。ローレンツ力の右辺の第2項は、磁気力 (a magnetic force) である。

$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots (2.6)$ ローレンツ力 (the Lorentz force)

$q \dots (2.7)$ 電気量

$\mathbf{v} \frac{\text{m}}{\text{s}} \dots (2.8)$ 点電荷の速度ベクトル

静電場あるいは電磁場内の電子が移動することで、その場内に存在する電子が移動するので電流が生じていることは説明できる。導線内を電子が移動することで、電気抵抗の部分に上述のように熱が生じる。その熱から光が発せられる。その光には、導線の電気抵抗内で移動している電子は含まれていないものと扱うことができる。電子は電気抵抗内の物質に衝突をすることで電気抵抗に熱を生じさせるものと扱われる。その電子は、抵抗内の物質に衝突しながら電気回路内を移動することで、起電力 (electromotive force / emf) を持つ電気回路に電流が生じていることになる——起電力については「電位の簡単な入門 2007 第5回」で説明した。——。この場合では、電気抵抗から発せられる光はどのような現象で説明できるものかが問題である。マクスウェルの方程式系 (Maxwell's equations) で電磁波の存在が予言されている。この予言は、マクスウェル先生が電磁波を予言する項をアンペールの法則 (Ampère's law) (2.9) に加えることで記述されたものと報告されている。アンペールの法則 (2.9) の左辺には磁束密度ベクトル (2.4) を記述している。アンペールの法則 (2.9) の右辺には電流密度 (current density) (2.10) および真空中の透磁率 (2.5) を記述している。アンペールの法則 (2.9) に (2.11) の右辺の第2項を加えていることで電磁波 (electromagnetic wave) を導出できるようになる。(2.11) の右辺の第2項では、電場が時間に対して変化している。導線内で電子が導線内の物質に衝突して移動していることでは、その電子で生じる電場が時間的に変化することが仮定できる。電子の導線内の位置が変化することで電場が動的に変化することを仮定できる。このことでは、電子が衝突することで位置が変化する他の点電荷の移

動でも動的な電場が生じることを仮定できる。このような動的な電場の存在は、(2.11)の左辺では磁場の回転を説明できる。この磁場の回転は、動的に変化する電場と共に存在する。このような電磁場は、動的に変化する電磁波として説明できる。その電磁場は、点電荷が存在しなくても電磁場のエネルギーを導出できる。この意味で、電磁場は数学的な技術ではなく実在するものとして扱える。この電磁場は、導線内の点電荷の移動で生じることが説明でき、真空中に電磁波として導線から離れて真空中の光の速さで移動することを仮定できる。真空中でない場合は、真空中の光の速さよりも遅くなることを説明できる。ここまででは、熱エネルギーを観察できる物体から光が発する事実に基づく理論物理学での考察である。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} \dots (2.9) \text{アンペールの法則 (Ampère's law)}$$

$$\mathbf{j} \dots (2.10) \text{電流密度}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (2.11) \text{マクスウェルが修正したアンペールの法則 (Ampère's law)}$$

マクスウェルの方程式系で導出できた電磁波の速さは(2.12)で記述できる。真空中の光の速さ(2.12)の右辺には真空中の誘電率(2.13)および真空中の透磁率(2.5)を記述している。真空中の光の速さ(2.12)の右辺は、定数で記述している。このことでは、電磁波の真空中の光の速さ(2.12)は慣性座標系上で異なるものではない。この真空中の光の速さ(2.12)は、ニュートン力学のガリレイ変換の相対速度(relative velocity)に反する内容である——3章4節で説明している。——。このことで、電磁気学で導出できたマクスウェルの方程式系との結果とは異なるニュートン力学の計算が明らかになる。この比較では、アインシュタインの特殊相対性理論での慣性座標系を使用することで、電磁気学(electromagnetism)で導出できたマクスウェルの方程式系の真空中の光の速さ(speed of light in a vacuum)(2.12)が正しいことを説明でき観測に一致する。この観測は、1881年から始まったマイケルソン(Albert Abraham Michelson)先生の実験(experiment)で観測された真空中の光の速さが実験で仮定した慣性座標系上で定数であることの報告に一致している。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

$$\epsilon_0 \dots (2.13) \text{真空中の誘電率}$$

$$\mu_0 \dots (2.5) \text{真空中の透磁率}$$

真空中の光は、電磁波(electromagnetic wave)である。電磁波は、電磁場(electromagnetic field)の動的な波である。真空中の光の速さ(speed of light in a vacuum)は国際単位系——略称はSIである。——で(2.14)に定義した。単位系が変わることでは、マクスウェルの方程式系の表示が変わることがある。SIについては「電位の簡単な入門2007第5回」で説明してある。

$$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \dots (2.14) \text{SIでメートルの定義を与える際に、真空中の光の速さ(2.14)の値に定義した。}$$

d'Alembertの演算子を(2.15)にすると、電磁波の波動方程式は(2.16)および(2.17)で記述できる。電磁波の波動方程式(2.16)および(2.17)は、マクスウェルの方程式系から導出できる。導出方法は、「電位の簡単な入門2007 Option」で説明した。

$$\square \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \dots (2.15) \text{d'Alembertの演算子}$$

$$\square \mathbf{E} = 0 \dots (2.16)$$

$$\square \mathbf{B} = 0 \dots (2.17)$$

電磁場を仮定する慣性座標系上の空間に体積電荷密度を仮定する。電場に電束密度ベクトル (2.19) を仮定する。電束密度ベクトル (2.19) の右辺には、真空中の誘電率および電場ベクトルを記述している。マクスウェルの方程式系 (Maxwell's equations) (2.20) ~ (2.23) で電束密度ベクトル (2.19)、磁束密度ベクトル (2.4) および電場ベクトル (2.1) を記述している。磁束密度ベクトル (2.4) の右辺には、真空中の透磁率 (2.5) および磁場ベクトル (2.2) を記述している。マクスウェル先生が修正したアンペールの法則 (2.22) の右辺の第2項は、マクスウェル (Maxwell) 先生が追加した電磁波の予言に結び付くものである。(2.23) は、ファラデーの法則 (Faraday's law) である。静電場 (electrostatic field) では、ファラデーの法則で (2.24) が成立する。1873年には、マクスウェル (James Clerk Maxwell) 先生の電磁波の予言は発表されている。1888年に、ヘルツ (Heinrich Hertz) 先生が電磁波の存在を実験で最初に確認しマクスウェル先生の光の伝搬の電磁波の理論を実験で明らかにしたものと報告されている。

$\rho \dots$ (2.18) 体積電荷密度

$\mathbf{D} = \epsilon_0 \times \mathbf{E} \dots$ (2.19) 電束密度ベクトル

$\mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{H} \dots$ (2.4) 磁束密度ベクトル

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots$ (2.20) ガウスの法則 (Gauss'law)

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots$ (2.21) (無磁荷)

$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots$ (2.22) マクスウェル先生が修正したアンペールの法則 (Ampère's law)

$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots$ (2.23) ファラデーの法則 (Faraday's law)

$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \dots$ (2.24) 静電場

1901年から1903年での最初になる放射圧の測定が報告されている。入射波 (an incident wave) である光が電子に渡した運動量 (momentum / quantity of motion) を導出できる。その電子が、その入射波の光から吸収したエネルギーを計算できる。ローレンツ力 (2.6) が作用している電子 (electron) には粘性の (viscous) 減衰係数 (a damping coefficient) を仮定する。放射圧 (a radiation pressure) は光から生じた圧力の力を運動方程式で説明できる。電子が受け取った運動量は、光の持っていた運動量であるものと仮定できる。光が運動量を持つことで、光の慣性質量を仮定できる。光に慣性質量を仮定できると、光の粒子を仮定できる。

$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{N} \dots$ (2.6) ローレンツ力 (the Lorentz force)

1904年に、ローレンツ (Hendrik Antoon Lorentz) 先生の電子の質量が変化する計算が提出されている。その慣性質量は、電子の速度で変化するものである。このような意見の提出は、1905年にアインシュタイン (Albert Einstein) 先生が特殊相対性理論を発表する前である。

1887年のマイケルソン-モーリーの実験 (the Michelson-Morley experiment) では、真空中の光の速さが慣性座標系に関係なく定数である。このことは、上述のようにニュートン力学で使用するガリレイ変換とは異なる。さらに、慣性質量が速度で変化することはニュートン力学とは異なる。1905年前に光が慣性質量を持ち粒子であることを証明された報告は、2018年現在の著者は知らない。このような事項を電磁気学では考察できる。ニュートン先生の意見では光が光の粒子の流れになることを、2018年現在の著者は読んだことがある。電磁気学でも慣性座標系を使用するが、ニュートン力学の慣性座標系上での計算と一致しない。このことで、観測に一致する結果を導出できる慣性座標系を仮定することになる。

2.1 特殊相対性理論 (the special theory of relativity) の慣性座標系^{7) 8) 9) 10) 11) 12) 13) 14) 16)}

我々の活動に智慧の眼目を与えるのに、言葉を用いる。言葉は、意を伝達する手段として時空での物理学の現象で生じさせるものと考えることができる。このような考えでは、畜生が畜生同士の連絡をするのにも言葉を仮定することもある。人は、文字を用いることを覚えている。文字は、時空での物理現象で生じさせる際に物質の運動をエネルギー分布に残すことで書類として残すことができる。残された書類は、音の伝搬で伝達するような言葉とは異なる。その書類はエネルギー分布に因る時間で文字を書き表した人が消えようとも未来に残されている。書類は、人が眼目を保つのに力を作用させるものと考えることができる。

1日の時間では、夜になるまでに光で眼目を用いることを太陽で説明できる。太陽の光は、太陽の持つエネルギーであるものと電磁気学で説明できる。電磁気学では、2章で説明したように電磁場がエネルギーを持つ。電気量も持たなくてもエネルギーを持つ電磁場は数学的な技術ではなく実在するものと扱うことができる。電磁場は電磁波として時間に対して変動することを説明できる。電磁波は光として扱うことができることをマクスウェルの方程式系で説明する。そのような電磁場のエネルギーは、太陽に蓄えられているものと電磁気学で考えることができる。太陽は電磁場のエネルギーを持つことを説明される以前に、ニュートン力学で重力を生じさせるものと扱われている。ニュートン力学の重力は、万有引力の法則で説明している。万有引力の法則では、質量 (mass / quantity of matter) を使用して記述している。電磁力 (2.6) は、電気量を使用して記述する。電磁力は、電磁場に存在する電気量を持つ物質に作用することで説明できる。

$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} + q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{N} \dots (2.6)$ ローレンツ力 (the Lorentz force)

太陽が電磁波のエネルギーを持つことでは、電気量を持つ物質を持つことは保証されない。このことは、光のエネルギーは物質から放出されることでも物質の持つ電気量とは区別できる。光を放出した水素原子が、電気量を失いイオンになることは保証されていない——「電位の簡単な入門 2007 第2回」で説明した。——。光電効果で、光を与えられた物質の表面から電子が放出される——文献7で説明した。——。この現象では、電子が物質の表面から放出するのに必要なエネルギーを光で与えているものと説明できる。物質から光を放出することは、その物質 (matter) が電磁波のエネルギーを失うことを意味する。エネルギーを失うことでは、その物質に結び付けられている電子が物質から放出されるエネルギーを失うものと仮定もできる。質点系のエネルギーの保存則で、電磁波のエネルギーを吸収する質点系には運動エネルギーの変化およびポテンシャルエネルギーの変化を仮定できる。運動エネルギーの変化では、質点 (material point) の速度および慣性質量の変化を仮定できる。ポテンシャルエネルギーの変化では、質点と他の質点との相対的配置が変化することを仮定できる。このよう変化では、質点系で電気量が増減することは否定できることもある。このようなことでは、定常状態 (stationary state) の原子が基底状態 (ground state) からより高いエネルギー準位 (energy level) である励起状態 (excited state) に移ることでイオンに成らないことを説明できる。定常状態の水素原子がイオン化した水素原子になるには、原子内のひとつの電子の束縛エネルギーが零になることで電子と水素原子の陽子が離散する状態になることを仮定できる。このように、光の吸収では、原子が基底状態から励起状態へと移る。逆に、原子から光を放出することで励起状態から基底状態に移ることを仮定できる。光の吸収および放出では、その物質 (matter) の電気量の増減を保証されない。太陽が電気量を持つことは、重力質量を仮定できる原子を使うことで仮定できる。太陽の重力質量は、エネルギーで結合している質点系であることを仮定して説明する。この質点系に原子を仮定する。その原子に電気量を仮定する。このことでは、電気量の振動現象——送信機のアンテナに考えることができる。——でも電磁波を放射するので太陽を構成している原子内の電気量の移動を簡単には仮定し易いものと2018年現在の著者は考える。

光で文字を読むことができる。文字を読むことで智慧を得る。光のエネルギーは熱エネルギーを生じる場合に仮定できる。太陽から熱および光を得る。文字を読むことでは、我々の目を使用する際に脳神経系を使用する。脳神経系内では、心臓血管系と結びつき流体——神経内では流体内のイオンの移動で電流が生じているものと説明される。——での情報処理をする。流体の情報処理では、重力の作用を仮定できる。重力の作用では、太陽と地球との間に作用する重力を仮定できる。その重力の作用は、脳神経系および心臓血管系の物質 (matter) の持つ全エネルギーの光および熱との変換に説明できる。

文字を読むことでは、脳神経系に情報を入力する。情報を入力するのに信号を生じさせる。その信号で、脳神経系の各部位が機能することを仮定できる。その機能の作用では、心臓血管系の制御を仮定できる。文字では光のエネルギーが吸収される。光のエネルギーでは、電磁波の振動現象を仮定する。

$$\square \mathbf{E} = 0 \dots (2.16)$$

$$\square \mathbf{B} = 0 \dots (2.17)$$

その振動現象では、光源からの熱の発生を仮定できる。光源の熱は電気エネルギーで発生する場合でも、地球と太陽の間の重力の作用で地球上での発電のための物質の運動を説明できる。光の振動数での色の識別を教えられている。振動数で異なる信号を生じさせることで、色の情報の識別が可能になる。その信号で神経内の流体の移動が生じる。その流体には重力の作用を説明できる。このような重力の作用で仮定できる内圧には、臓器を構成している筋肉に関係することで仮定できる影響を説明できる。心臓血管系で栄養および老廃物の輸送をするのに、脳神経系との連絡を仮定できる。その連絡では、生体内の情報処理を制御するのに文字で入力した情報で太陽の重力、電磁波および熱を扱うように生体の出力を仮定できる。このような太陽との関係では、我々の心との関係は文字を通して認めることができる。

1日は日輪の光で考える周期である。夜の月輪の光も日輪の光の反射であるものと説明できる。時間は、1日を時刻で考えることができる。2018年現在では1日は約24時間である。球体である地球では、1日が訪れるのに国ごとの順番を考えることができる。日輪は東から昇り、西に沈む。日本は、極東にある。極東から西方へ日輪が向かうものとする。このことでは、時点が先に認められるのは極東の日本に考え、その後西方に考える。時点が先に訪れることは日輪の光で考える。光は、電磁波である。電磁波は、電気量の移動で考えることができる。電気量の移動は、電磁波の発生源で生じることで電磁波を放出できる。光は、電気量を持つことなく伝搬していく。光は、電磁波のエネルギーを持つ。電磁波が運動量を渡すことを考えることができる。運動量を受け渡された物質の持つ全エネルギーには、電磁波のエネルギー分を加えるものと仮定できる。このエネルギーの増加は、質点系に外力を加えるものと仮定できる。質点系のエネルギーの保存則 (2.1.1) の左辺の第1項はポテンシャルエネルギーの変化量である。質点系のエネルギーの保存則 (2.1.1) の左辺の第2項は運動エネルギーの変化量である。質点系のエネルギーの保存則 (2.1.1) の左辺の第3項は内部エネルギーの変化量である。質点系のエネルギーの保存則 (2.1.1) の右辺は、質点系に作用する外力の為す仕事量である。

$$\Delta U + \Delta K + \Delta E_{\text{internal}} = W_{\text{external}} \dots (2.1.1) \text{系のエネルギー保存則}$$

物質 (matter) に外力を作用させて全エネルギーを時点に対して増加させると、その質点 (material point) として扱える物質は外力との内積が0より大きくなる速度ベクトルで移動することを (2.1.2) で説明できる。その速度で移動する物質は、相対的配置に変化を齎^{もたら}すことを仮定できる。このことでは、電磁波のエネルギー分を加える前の速度を消滅させ新しい速度を生じさせている。同様に、その電磁波のエネルギー分を加える前の相対的配置を消滅させ新しい相対的配置を生じさせている。このことは、質点系の内部エネルギーにも同様に考えることができる。

$$\frac{dE}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \dots (2.1.2)$$

このような生滅では、質点系のエネルギーの増減を説明でき時計の記録が進んでいることを扱う。時計の記録が進むことは、慣性座標系上の質点の位置に4次元座標系——(2.1.64) および (2.1.65) で座標を記述する。——で軌跡として記録できる。光で時刻が進むことを記録する。光の持つ全エネルギーを吸収できる質点の持つ全エネルギー——(2.1.73) のこと。——には、時刻を記録する光の持つ全エネルギー分の増加を仮定できる。時刻が進むことでは、時空を仮定できる。時空に存在するエネルギーに光のエネルギーを仮定できる。光で時刻が記録できることで、時空が生じてから保つエネルギーには光のエネルギーでエネルギーの増減を仮定する。光の吸収および放出で、来歴を時空に議論することは電磁力で結合する物質を扱うことでもある。電磁力で結合する物質が光の運動量を吸収および放出することは、質量の増減を仮定できる。質量を持つことでは、万有引力の法則から引力を仮定する。この引力で重力を説明できる。その重力のポテンシャルエネルギーを蓄えることで質点系を扱うことになる。静電気力でのポテンシャルエネルギーを扱うことでも質点系を扱う。この議論では、静電気力および重力での質点系を扱う議論ができる。日輪が進むことで、エネルギーの増減の生滅からの生^{しょうじ}死を説明するのに結合および離散の生滅の来歴を記録する。

1887年のマイケルソン-モーリーの実験 (the Michelson-Morley experiment) を使用すると真空中の光の速さを定数に扱うことで、マクスウェルの方程式系の結果 (2.12) に一致するものと仮定できる。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

このように、慣性座標系に関係なく定数である真空中の光の速さ (2.12) を扱える理論の研究になる。真空中の光で時間を計算できる。時間は時計で記録する。この時計は、時間を計算する原理を説明する絡^{しり}繰りである。

1905年に発表されたアインシュタインの特殊相対性理論では、光速不変の原理を公理にする。特殊相対性理論では、特殊相対性原理 (The Principle of Relativity.) も公理である。

特殊相対性理論の公理は‘特殊相対性原理’および‘光速の不変の原理’で与える二つである。

特殊相対性原理 (The Principle of Relativity.): すべての慣性座標系で、物理法則は同じである。

光速の不変の原理 (The Principle of the Constancy of the Speed of Light.): すべての慣性座標系で真空中の光の速さ (speed of light in a vacuum) はその光源の運動の状態で決定しないで定数であり、真空中の光の速度は等速度である。

光速度の不変の原理では、すべての慣性座標系で、真空中の光の速度は等速度である。光源の運動状態が慣性座標系内で光源から放射される真空中の光の速度の向きを決定する可能性は考えられる。

本書では慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ を図 2.1 のように仮定する。慣性座標系 S の空間の成分は (2.1.3) の記号を使用する。慣性座標系 S の時点の成分は (2.1.4) の記号を使用する。そして、慣性座標系 S₁ の空間の成分は (2.1.5) の記号を使用する。慣性座標系 S₁ の時点の成分は (2.1.6) の記号を使用する。

$$x, y, z \dots (2.1.3)$$

$$t \dots (2.1.4)$$

$$x_1, y_1, z_1 \dots (2.1.5)$$

$$t_1 \dots (2.1.6)$$

慣性座標系 S₁ の x₁ 成分および t₁ 成分で記述した慣性座標系 S の等速度 (a constant velocity) を (2.1.7) で記述

する。(2.1.7) は x_1 軸の方向の等速度である。また、慣性座標系 S の x 成分および t 成分で記述した慣性座標系 S_1 の等速度を (2.1.8) で記述する。(2.1.8) は x 軸方向の等速度である。図 2.1.1 に慣性座標系 S および慣性座標系 S_1 の関係を示している。

$\mathbf{u}_{S \rightarrow S_1} = -u\mathbf{i}_1, (u = \text{const.}) \dots (2.1.7)$ 慣性座標系 S_1 の x_1 成分および t_1 成分で記述した慣性座標系 S の等速度

$\mathbf{u}_{S_1 \rightarrow S} = u\mathbf{i}, (u = \text{const.}) \dots (2.1.8)$ 慣性座標系 S の x 成分および t 成分で記述した慣性座標系 S_1 の等速度

2つの慣性座標系の原点 O および O_1 は時点が零のときに一致するものと仮定する。慣性座標系 S の x 軸および慣性座標系 S_1 の x_1 軸は同じ直線上にあるものと仮定する。(2.1.7) および (2.1.8) の右辺のベクトルはそれぞれ x_1 軸および x 軸の単位ベクトルである。

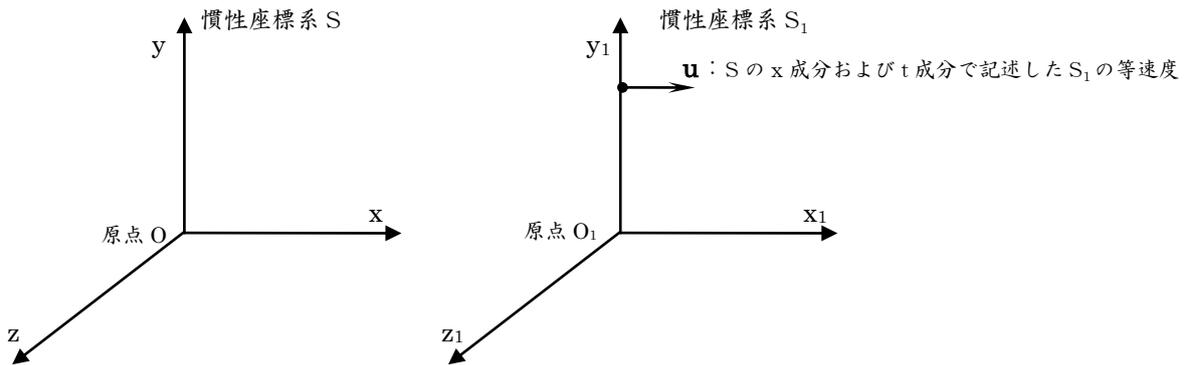


図 2.1.1 慣性座標

2つの慣性座標系の各位置には時計を定義する。その時計は、真空中の光の速さで記録する。

慣性座標系 S および慣性座標系 S_1 上で観察した場合の時間について考察する。特殊相対性理論では、時間は光速不変の原理を使用して記録する。特殊相対性理論で不変であることを保証しているもののひとつに、真空中の光の速さ (2.1.12) がある。定数である (2.1.12) が保証されているので、時間を記録するのに単位時間に進む距離の保証を用いる。慣性座標系上の距離が線分で計算できることで (2.1.12) との比が保証された時間を計算できる。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.1.12)$$

光速不変の原理では真空中の光の速度は等速度であり光源の運動状態に影響を与えられないことで、線分を使用できる。保証されている時間は、真空中の光の波長および振動数を指定しないで時間を記録できる。光は電磁波であることで、周期を仮定できる。その周期は、振動数 (2.1.9) の逆数で記述できる。振動数 (2.1.9) は、光の量子エネルギー (2.1.10) を決定するものと説明できる。光の量子エネルギー (2.1.10) の右辺にはプランク定数 (2.1.11) を記述している。定数であるプランク定数 (2.1.11) であるので、光量子エネルギー (2.1.10) は、光の振動数 (2.1.9) で決定する。このことは、1905年のアインシュタイン先生の光電効果の方程式 (アインシュタインの光電方程式: Einstein's photoelectric equation) で説明されているものと報告される。

$\nu \text{ Hz} \dots (2.1.9)$ 振動数

$$E_{\text{particle}} = h \cdot \nu_{\text{wave}} \dots (2.1.10)$$

$h = 6.626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J s} \dots (2.1.11)$ プランク定数

1886年および1887年に、ヘルツ (Heinrich Hertz) 先生が電磁波の存在を実験で最初に確認しマクスウェル先生の光の伝搬の電磁波の理論を実験で明らかにしたと報告されている。そのヘルツ (Hertz) 先生が発見した現象に光電効果 (the photoelectric effect) が有ることが報告されている。光電効果では、「紫外線——約 10^{15} Hz

から 10^{17}Hz をやや超えたあたりの振動数である。——の光を2つの電極のひとつに当てると、その2つの電極間にとても速く電子の放出が生じる。」ことが報告されている。電極間を繋ぎ、その間に放出された電子を光電子 (photoelectron) と呼ぶ。その光電子で説明をしている電流は、光電子電流 (photoelectric current) と呼ぶ。

1900年に、ドイツの物理学者であるマックスプランク (Max Planck) 先生が空洞放射 (cavity radiation) でのエネルギーの量子化 (quantization) (2.1.12) を仮定したことが報告されている。量子数 (2.1.13) は整数値である。プランク定数 (2.1.11) は、すべての放射で同じ値である。振動数 (2.1.14) は、放射される波で決定できる。この意味では、特定の振動数を指定することになる。特定の振動数は、振動子 (a oscillator) の振動数である。このことでは、物質を構成している振動子が特定の振動数で振動することで熱を放射しているものと仮定できる。

$E = n \cdot h \cdot \nu$ (2.1.12) プランクのエネルギーの量子化

$n = 0, 1, 2, \dots$ (2.1.13) 量子数

$h = 6.626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J s}$ (2.1.11) プランク定数

ν (2.1.14) 振動数

1905年に、アインシュタイン先生が特殊相対性理論 (the special theory of relativity) を発表している。1905年に、アインシュタイン (Einstein) 先生が光量子 (light quantum) (2.1.15) を仮定したものとして報告されている。その光量子 (light quantum) の理論での光電効果の方程式 (アインシュタインの光電方程式: Einstein's photoelectric equation) (2.1.16) で仕事関数 $\phi_{\text{work function}}$ および入射波の光子 (photon) ——あるいは光量子 (light quantum) ——の振動数で決定する量子エネルギーの関係を示している。仕事関数 (work function) は、束縛されている電子が光電効果 (the photoelectric effect) を生じさせる金属の表面から移動して放出されるのに使用しているエネルギーを表す。

$E = h \cdot \nu$ (2.1.15) 光量子のエネルギー

ν (2.1.9) 振動数

$h \cdot \nu = \phi_{\text{work function}} + e \cdot V_{\text{stopping potential}}$ (2.1.16) アインシュタインの光電方程式: Einstein's photoelectric equation

1916年にミリカン (Robert Andrews Millekan) 先生の実験で確認されて、光電効果がアインシュタインの光電方程式の光量子で説明できる物理現象として観測されたものと報告されている。

1923年にはコンプトン (Arthur Holly Compton) 先生は「コンプトン効果 (the Compton effect)」と呼ばれる実験 (experiment) で光量子が粒子としての振る舞いを示す光子 (photon) として扱える場合を提出したこと、が報告されている。

光量子エネルギー (2.1.10) の左辺は、粒子の性質を示す光子 (photon) の持つ全エネルギーである。 光量子エネルギー (2.1.10) の右辺は、波の性質を示す電磁波のエネルギーである。

$E_{\text{particle}} = h \cdot \nu_{\text{wave}}$ (2.1.10)

光は、粒子および波の2つの性質を示すことになる。 これは、光の2重性と呼ばれる。コンプトン効果で、光子が自由電子 (the free electron) に衝突して衝突前の量子エネルギーとは異なる量子エネルギーに衝突後に変化することを観測している。このような衝突でも、真空中の光は真空中の光の速さで説明されている。 慣性座標系の光がどこから伝搬してきたものかは不明でも、光速不変の原理で真空中の光の速さは保証されている定数 (2.12) である。このように、真空中の光では保証された時間を計算できるのが特殊相対性理論である。

保証された時間の計算では、その時間の変化率を導出できる。ニュートン力学のような絶対時間で、すべての慣性座標系上で等しい時間を使用するものではない。慣性座標系での相対性では、2つの慣性座標系に静止してい

る座標系および等速直線運動している座標系にそれぞれ区別をする。図 2.1.1 では、慣性座標系の速さは、(2.1.7) および (2.1.8) のように等しく u である。

$$\mathbf{u}_{S-S_1} = -u\mathbf{i}_1, (u = \text{const.}) \dots (2.1.7) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 成分および } t_1 \text{ 成分で記述した慣性座標系 } S \text{ の等速度}$$

$$\mathbf{u}_{S_1-S} = u\mathbf{i}, (u = \text{const.}) \dots (2.1.8) \text{ 慣性座標系 } S \text{ の } x \text{ 成分および } t \text{ 成分で記述した慣性座標系 } S_1 \text{ の等速度}$$

この慣性座標系の速さ u は、速度の相対性で真空中の光の速さの x 軸成分の値に記述するものである。互いに等速度運動していることを仮定している。このことは、絶対空間での絶対速度で説明するものではない。それぞれの慣性座標系上で他方の慣性座標系の等速度を観測する理論である。この観測のために、一方の慣性座標系が静止しているものと仮定する。他方の慣性座標系は速さ u で等速直線運動をしているものと仮定する。

慣性座標系 S は、慣性座標系 S_1 上を x 軸の負の方向に等速直線運動をしているものと仮定する。慣性座標系 S_1 上で、慣性座標系 S 上の真空中の光の等速度運動を観測する。慣性座標系 S_1 は静止しているものと仮定する。時間 (2.1.17) は慣性座標系 S 上の時計で観測するものである。(2.1.18) は慣性座標系 S 上の x 軸上の距離である。(2.1.18) の右辺は、真空中の光の速度の x 軸成分が慣性座標系 S 上の x 軸上を (2.1.19) の等速度運動して移動した距離である。この移動距離は、図 2.1.2 および図 2.1.3 で説明できる。図 2.1.2 のように慣性座標系 S_1 上では、各位置に定義した時計から y 軸方向に真空中の光が等速度運動している。図 2.1.3 のように慣性座標系 S 上では、各位置に定義した時計から y 軸および x 軸の 2 つの直線で仮定できる平面上の斜め方向に真空中の光の速さで等速度運動している。

$$\Delta t = t_a - t \dots (2.1.17)$$

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.18)$$

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.19)$$



図 2.1.2 慣性座標系 S_1 上の真空中の光の速さ

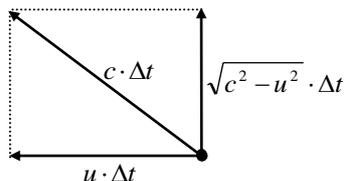


図 2.1.3 慣性座標系 S_1 上で観測する慣性座標系 S の真空中の光の速さ

時間 (2.1.20) は慣性座標系 S_1 上の時計で観測するものである。(2.1.21) は慣性座標系 S_1 上の図 2.1.2 のような y 軸上の距離である。図 2.1.2 のように真空中の光の速さで y 軸方向に真空中の光が等速度運動している。その等速度運動している時間は (2.1.20) である。時間 (2.1.20) および真空中の光の速さ (2.12) を使用すると、 y 軸方向の移動距離 (2.1.22) を移動している。

$$\Delta t_1 = t_{1a} - t_1 \dots (2.1.20)$$

$$\Delta y_1 = y_1(t_1 + \Delta t_1) - y_1(t_1) \dots (2.1.21)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

$$\Delta y_1 = c \cdot \Delta t_1 \cdots (2.1.22)$$

図 2.1.3 のように y 軸方向に真空中の光が等速度運動している。その等速度運動している時間は (2.1.17) である。時間 (2.1.17) および真空中の光の y 軸方向の成分の速さを使用すると、y 軸方向の移動距離 (2.1.23) を (2.1.24) で記述できる。

$$\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.23)$$

$$\Delta y = \sqrt{c^2 - u^2} \cdot \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.24)$$

慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ は x 軸方向に等速直線運動をしているが、y 軸および z 軸の方向には移動していないものと仮定した。このことで、y 軸方向の長さは等しいものと仮定できるので (2.1.25) を記述できる。

$$\Delta y_1 = \Delta y \cdots (2.1.25)$$

(2.1.22) は (2.1.25) の左辺に代入する。(2.1.24) は (2.1.25) の右辺に代入する。このことで、(2.1.26) を記述できる。

$$c \cdot \Delta t_1 = \sqrt{c^2 - u^2} \cdot \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.26)$$

(2.1.26) の右辺の慣性座標系 S 上の時間 (2.1.17) を (2.1.26) の左辺に (2.1.27) のように記述できる。(2.1.27) の左辺の真空中の光の速さは、(2.1.28) のように (2.1.27) の右辺に記述できる。

$$c \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{c^2 - u^2}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.27)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \frac{\sqrt{c^2 - u^2}}{c}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.28)$$

(2.1.28) の右辺は整理すると、時間の変化率 (2.1.29) になる。(2.1.19) を (2.1.29) の右辺に代入すると、(2.1.30) になる。

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.29) \text{ 時間の変化率}$$

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.19)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.30)$$

(2.1.30) の両辺の極限値を (2.1.31) のように計算する。(2.1.31) の極限値の記号は (2.1.32) のように記述できる。(2.1.32) の右辺の平方根内の極限値は、(2.1.33) のように書き直すことができる。

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.31)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.32)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.33)$$

ここで、慣性座標系 S 上での x 軸方向の速度成分に (2.1.34) を仮定する。(2.1.33) の右辺の極限值は、(2.1.35) のように書き直すことができる。(2.1.34) は (2.1.35) の右辺に代入できるので、代入すると (2.1.36) になる。

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.34)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.35)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \cdot v_x \cdot v_x}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.36)$$

慣性座標系 S 上の時間 (2.1.17) および慣性座標系 S1 上の時間 (2.1.20) を使用すると、(2.1.36) の左辺は極限值 (2.1.37) に記述できる。極限值 (2.1.37) の左辺は、微分を使用して (2.1.38) の左辺で記述できる。

$$\Delta t = t_a - t \dots (2.1.17)$$

$$\Delta t_1 = t_{1a} - t_1 \dots (2.1.20)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{t_1(t + \Delta t) - t_1(t)}{\Delta t} \dots (2.1.37)$$

$$\frac{dt_1(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{t_1(t + \Delta t) - t_1(t)}{\Delta t} \dots (2.1.38)$$

(2.1.38) の左辺を (2.1.36) の左辺に代入して (2.1.36) の右辺を整理すると、(2.1.39) を記述できる。(2.1.39) は時点の変化率である。特殊相対性理論の慣性座標系上の時計の時間は、2つの慣性座標系間で時間の進む速さが異なることを (2.1.39) で説明している。(2.1.39) では、(2.1.34) を仮定した。(2.1.34) は加速度運動の場合にも成立する。(2.1.29) では、(2.1.19) を仮定した。(2.1.19) は等速度運動している場合のものである。微分係数 (2.1.39) では、時点 t は定数である。微分係数 (2.1.39) は定数である。慣性座標系 S1 上の時点の関数 $t_1(t)$ の定義区間内のすべての時点で使用する場合は、その定義区間内の各時点 t の値で成立することになる。

$$\frac{dt_1(t)}{dt} = \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.39) \text{ 時点の変化率}$$

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.34)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.29)$$

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.19)$$

光速不変の原理を使用して、保証された時間の観測を真空中の光の速さ (2.12) の移動距離を応用して (2.1.29) および (2.1.39) で考察できる。慣性座標系上で等速度運動する光子は、観測に使用する慣性座標系で等速直線運動する方向が図 2.1.2 および図 2.1.3 のように変化するが真空中の光の速さ (2.12) は定数

である。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \varepsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

静止した慣性座標系上での観測では、速度の相対性で y 軸方向の真空中の光の等速度から x 軸および y 軸の直線で与える平面上の方向に変換された真空中の光の等速度の方向に図 2.1.3 のようになる。光速不変の原理で単位時間に真空中の光が進む距離は同じであるが等速直線運動の方向が変わる。このことで、静止した慣性座標系上では真空中の光の速さで進む距離を等速度運動している慣性座標系上では真空中の光の速さよりも減速した速さで進むことになる。これは静止している慣性座標系 S_1 上での観測を仮定して、等速度運動している慣性座標系 S 上では同じ距離を時間をかけてゆっくり進む真空中の光である。この意味で、静止している慣性座標系 S_1 上の時間は遅く進み、等速度運動している慣性座標系 S 上の時間は速く進むことを導出できる。この計算では、真空中の光を観測する時点が零であるときを 2 つの慣性座標系上で等しくしている。さらに、真空中の光が放射される位置は y 軸上の原点に等しくしている。実際に、真空中の光を見るには、真空中の光が観測者の眼に入るまでの時間を計算することになる。ここでの議論では、そのような計算はしていない理論物理学での計算である。

慣性座標系 S_1 で観測することを仮定して、(2.1.29) を使用する。時間の変化率 (2.1.29) は慣性座標系 S_1 上の時間 (2.1.40) に書き直すことができる。同様に、時間の変化率 (2.1.29) は、慣性座標系 S 上の時間 (2.1.41) に書き直すことができる。

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.29)$$

$$\Delta t_1 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.40)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.41)$$

慣性座標系 S 上の時間 (2.1.41) の両辺に慣性座標系の速さを掛けることで、(2.1.42) を記述できる。慣性座標系 S_1 上の時間は (2.1.20) で記述しているので、慣性座標系 S_1 上の時計で計算した距離 (2.1.43) になる。(2.1.43) の右辺は慣性座標系 S_1 上の時計で計算した距離 (2.1.44) に展開できる。

$$\frac{u \cdot \Delta t_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = u \cdot \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.42)$$

$$\Delta t_1 = t_{1a} - t_1 \dots (2.1.20)$$

$$u \cdot \Delta t_1 = u \cdot (t_{1a} - t_1), (\Delta t_1 \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.43)$$

$$u \cdot \Delta t_1 = u \cdot t_{1a} - u \cdot t_1, (\Delta t_1 \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.44) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の時計で計算した距離。}$$

慣性座標系 S 上の時間は (2.1.17) で記述しているので、慣性座標系 S 上の時計で計算した距離 (2.1.45) になる。

(2.1.45) の計算は、慣性座標系 S_1 で観測することを仮定している。

$$\Delta t = t_a - t \dots (2.1.17)$$

$$u \cdot \Delta t = u \cdot t_a - u \cdot t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.45) \text{ 慣性座標系 } S \text{ 上の時計で計算した距離。}$$

慣性座標系 S 上の距離は (2.1.18) で記述した。慣性座標系 S_1 上の距離は (2.1.46) で記述した。

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.18)$$

$$\Delta x_1 = x_1(t_1 + \Delta t_1) - x_1(t_1), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.46)$$

(2.1.42) の右辺に (2.1.18) の左辺を代入して、(2.1.42) の左辺に (2.1.46) の左辺を代入すると (2.1.47) を記述できる。慣性座標系 S_1 で観測することを仮定して、慣性座標系 S_1 が等速度運動した距離を慣性座標系 S_1 上の時計の時間で計算した (2.1.47) の左辺である。慣性座標系 S_1 で観測することを仮定して、慣性座標系 S が等速度運動した距離を慣性座標系 S 上の時計の時間で計算した (2.1.47) の右辺である。

$$\frac{\Delta x_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \Delta x, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.47) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上で静止している場合での移動距離}$$

2つの慣性座標系の原点は、時点が零の時に一致するものと仮定する。図 2.1.1 のように慣性座標系 S_1 が慣性座標系 S 上で x 軸方向に等速直線運動をしている。2つの慣性座標系の x 軸はひとつの直線上に仮定する。 y 軸および z 軸方向には移動していない。ローレンツ変換式 (Lorentz transformation equations) (2.1.48) ~ (2.1.51) は、そのような2つの慣性座標系間での変換式である。(2.1.48) および (2.1.51) の右辺の係数 (coefficient) は (2.1.52) である。ローレンツ変換式 (2.1.48) ~ (2.1.51) では、静止している慣性座標系と等速度運動している慣性座標系を認識して相対性を説明する。

$$x_1 = \gamma \cdot (x - u \cdot t) \dots (2.1.48) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の値}$$

$$y_1 = y \dots (2.1.49) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } y_1 \text{ 軸の値}$$

$$z_1 = z \dots (2.1.50) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } z_1 \text{ 軸の値}$$

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right) \dots (2.1.51) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の時間軸 } t_1 \text{ の値}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \dots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

時点の変換式 (2.1.51) では、絶対時間を否定できる。慣性座標系 S の時間軸上の時点が定数の場合では、慣性座標系 S の x 軸上の位置の値が大きい値ほど慣性座標系 S_1 の時間軸上の時点が小さい値に変換される。

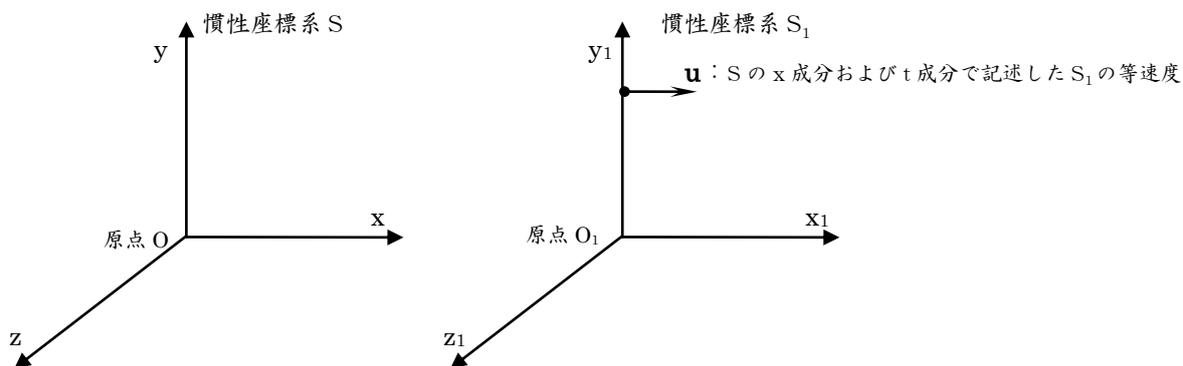


図 2.1.1 慣性座標

慣性座標系 S_1 で観測することを仮定して、(2.1.29) を導出した。真空中の光が有って導出できるローレンツ変換である。時間軸に時点を記録するのに真空中の光を使用する。

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.29)$$

ローレンツ変換の x 軸成分の変換式 (2.1.48) を応用して慣性座標系 S₁ 上の距離 (2.1.53) を記述する。慣性座標系 S₁ の速さは (2.1.19) で記述した。(2.1.19) を慣性座標系 S 上の距離 (2.1.54) に書き直す。(2.1.53) の右辺に (2.1.54) の右辺を代入すると、(2.1.55) になる。ここでは、慣性座標系 S₁ 上で静止している。

$$x_1 = \gamma \cdot (x - u \cdot t) \dots (2.1.48) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の値}$$

$$\Delta x_1 = \gamma \cdot (\Delta x - u \cdot \Delta t) \dots (2.1.53) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸上の距離}$$

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.19)$$

$$\Delta x = u \cdot \Delta t \dots (2.1.54)$$

$$\Delta x_1 = \gamma \cdot (u \cdot \Delta t - u \cdot \Delta t) \dots (2.1.55)$$

(2.1.55) の右辺は整理すると、(2.1.56) である。さらに、(2.1.56) の右辺を整理すると (2.1.57) になる。

(2.1.57) では、慣性座標系 S₁ 上での x 軸方向の真空中の光の移動距離は零である。このことは、図 2.1.2 で明らかである。(2.1.54) は、慣性座標系 S 上での x 軸方向の真空中の光の移動距離であり図 2.1.3 で示している。図 2.1.2 および図 2.1.3 の x 軸方向の真空中の光の移動距離はローレンツ変換の x 軸成分の変換式で導出できた。(2.1.57) を使用して、(2.1.53) から (2.1.54) を導出できる。

$$\Delta x_1 = \gamma \cdot 0 \dots (2.1.56)$$

$$\Delta x_1 = 0 \dots (2.1.57)$$

2つの慣性座標系の原点は、時点が零の時に一致する。慣性座標系 S₁ が慣性座標系 S 上で等速直線運動をしている。慣性座標系 S₁ の x₁ 軸の距離 (2.1.58) を記述できる。慣性座標系 S 上の時計の時間で零の (2.1.59) の場合でローレンツ変換の x 軸成分の変換式 (2.1.48) を使用する。時点が零での2つの慣性座標系上での空間の長さの比較である。

$$\Delta x_1 = \gamma \cdot (\Delta x - u \cdot \Delta t) \dots (2.1.58) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の距離}$$

$$\Delta t = 0 \dots (2.1.59)$$

(2.1.59) を (2.1.58) の右辺に代入すると、(2.1.60) になる。(2.1.60) の右辺は、時間 (2.1.59) の場合での慣性座標系 S 上の異なる2点での x 軸上の位置での距離 (2.1.61) である。(2.1.60) の左辺は、時間 (2.1.59) の場合での慣性座標系 S₁ 上の異なる2点での x 軸上の位置での距離 (2.1.62) である。係数 (2.1.52) を (2.1.60) の右辺に代入すると、(2.1.63) になる。(2.1.63) は、慣性座標系 S 上で観測者が静止している場合の観測する時間が零である (2.1.59) での距離の観測である——図 2.1.1 の様である。——。

$$\Delta x_1 = \gamma \cdot \Delta x \dots (2.1.60)$$

$$\Delta x = x^2 - x^1 \dots (2.1.61) \text{ 慣性座標系 S 上の } x \text{ 軸上の位置での距離}$$

$$\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1 \dots (2.1.62) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の } x \text{ 軸上の位置での距離}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \dots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

$$\Delta x_1 = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \dots (2.1.63) \text{ 慣性座標系 S 上で観測者は静止している場合の距離の相対性}$$

(2.1.63) の表現は, (2.1.47) とは逆である. このことは, (2.1.47) では慣性座標系 S_1 上で静止している場合での移動距離の計算である. (2.1.63) では慣性座標系 S 上で観測者は静止している場合の距離の計算であるので, 観測者が静止している慣性座標系が (2.1.47) とは逆である. ローレンツ変換での相対性では, 観測者が静止している慣性座標系の選択で計算結果がこのように逆になる相対性である. 付録 i に時間の相対性について説明してある.

$$\frac{\Delta x_1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \Delta x, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.47) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上で静止している場合での移動距離}$$

原点からの距離で座標軸の値を与える. 原点が一致するときに時点が零で, 時間を観測し始める. この観測で, 時間および距離で慣性座標系間の位置の対応に変化を与える. このことでは, 時間は時計で記録する. その時間は, 真空中の光で観測する. 時間の観測では, 変換する先の位置との対応が変わるので時計が存在する位置で時間が変わることを仮定できる. これらのことでは, 時計は慣性座標系の各位置に定義する. ニュートン力学の絶対時間のように絶対空間にひとつの時計で時間を記録すると, ローレンツ変換のようにには対応しない. (2.1.64) および (2.1.65) のように 4次元座標を仮定できる. 4次元座標の表示でも, 空間の座標の部分—— x から z までは空間の座標である. ——と時間軸の座標の部分—— t は時間軸の座標である. ——に分けることができる. 付録 ii に質点の持つ全エネルギーについて説明している.

$$(x, y, z, c \cdot t) \cdots (2.1.64)$$

$$(x_1, y_1, z_1, c \cdot t_1) \cdots (2.1.65)$$

慣性質量 (2.1.66) は変数である. 慣性質量 (inertial mass) が変数であることは, 1905年に特殊相対性理論の発表前に1904年のローレンツ (Hendrik Antoon Lorentz) 先生の報告にもある. 特殊相対性理論では, 静止質量 (rest mass) を定数として与え変数である慣性質量 (2.1.66) を仮定できる. このことでは, 慣性質量 (2.1.66) は, 特殊相対性理論では定義できないものと2018年現在の著者は考えている.

$$m(v), (0 \leq v \leq c) \cdots (2.1.66) \text{ 慣性質量}$$

著者が独自に作る特殊相対性理論の体系で, 静止質量 (2.1.67) を定義した. 静止質量の定義の導出は文献9で著者が説明をした. 時点の変化率 (2.1.39) の右辺に速度の x 軸成分を記述した. 静止質量の定義 (2.1.67) の右辺の平方根の中に速度の2乗を記述している. ここで, (2.1.68) を仮定すると時点の変化率 (2.1.39) の左辺を使用して静止質量の定義 (2.1.67) の右辺は (2.1.69) のように記述できる.

$$m_0 \equiv m(v) \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, (0 \leq v \leq c) \cdots (2.1.67) \text{ 静止質量の定義}$$

$$\frac{dt_1(t)}{dt} = \sqrt{1-\frac{v_x^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.39)$$

$$v = v_x \cdots (2.1.68)$$

$$m_0 = m(v) \cdot \frac{dt_1(t)}{dt}, (0 \leq v \leq c) \cdots (2.1.69) \text{ 静止質量}$$

静止質量の定義 (2.1.67) は変数である慣性質量 (2.1.70) に書き直せる. 変数である慣性質量 (2.1.70) は相対論的質量 (relativistic mass) と呼ばれる. 静止質量の定義 (2.1.67) では, 速さは真空中の光の速さまで定義区間であった. 相対論的質量 (2.1.70) では, 速さの定義区間から真空中の光の速さは外れている. このような定義

区間の相違で、静止質量 (rest mass) (2.1.67) の変数である慣性質量 (2.1.66) では、真空中の光の慣性質量を記述できるが慣性質量 (2.1.70) では記述できない。静止質量の定義 (2.1.67) の定義区間から考えても質点の速さは真空中の光の速さを上限とすることになる。このことで、作用反作用の法則は特殊相対性理論では成立しなくなる。

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, (0 \leq v < c) \dots (2.1.70) \text{ 相対論的質量 (relativistic mass)}$$

アインシュタイン先生が修正したニュートンの運動方程式は (2.1.71) である。アインシュタイン先生が修正したニュートンの運動方程式 (2.1.71) の右辺は、(2.1.72) の右辺のように記述できる。このことでは、ニュートンの3つの運動の法則のニュートンの運動方程式自体は成立しなくなる。アインシュタインの特殊相対性理論では、慣性の法則は使用できるので慣性座標系はニュートン力学のものとは異なるものを採用している。ニュートンの運動方程式の修正では、特殊相対性理論でニュートンの万有引力の法則を導出できなくなった。万有引力の法則の導出には作用・反作用の法則も使用するが、特殊相対性理論では作用・反作用の法則は成立しなくなる。

$$\mathbf{f} = \frac{d(m(v) \cdot \mathbf{v})}{dt} \dots (2.1.71) \text{ アインシュタイン先生が修正したニュートンの運動方程式}$$

$$\frac{d(m \cdot \mathbf{v})}{dt} = \frac{dm(v)}{dt} \cdot \mathbf{v} + m(v) \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} \dots (2.1.72)$$

質点の持つ全エネルギーは、慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy) (2.1.73) で記述できる。文献9で質点の持つ全エネルギー (2.1.73) を導出した。慣性質量およびエネルギーの等価性 (2.1.73) では、ニュートン力学では質量の保存則とエネルギーの保存則は異なる法則であったが特殊相対性理論では (2.1.73) のひとつで記述できる。

$$E = m(v) \cdot c^2 \dots (2.1.73) \text{ 慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy)}$$

質点の持つ全エネルギーの変換式は (2.1.74) で記述できる。文献9で、質点の持つ全エネルギーの変換 (2.1.74) を導出した。(2.1.74) は、アインシュタインの一般相対性理論で重力場 (a gravitational field) に仮定した光子の持つ全エネルギーを考察するのにも使用する。

$$E_1(v_1) = E(v) \times \frac{1 - \frac{u \cdot v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, (u \neq c) \dots (2.1.74) \text{ 質点の持つ全エネルギーの変換式}$$

アインシュタインの特殊相対性理論での不変量は、擬リーマン計量 (pseudo-Riemannian metrics) (2.1.75) である。擬リーマン計量 (2.1.75) では、4次元座標 (2.1.64) および (2.1.65) を使用している。ニュートン力学での不変量は、絶対加速度である。擬リーマン計量 (2.1.75) が不変であることで、静止質量 (2.1.67) を導出できる。(2.1.64) および (2.1.65) の時間軸の個所に (2.1.73) が生じる。このことについては、付録iiで説明している。

$$(x, y, z, c \cdot t) \dots (2.1.64)$$

$$(x_1, y_1, z_1, c \cdot t_1) \dots (2.1.65)$$

$$c^2 \cdot t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = c^2 \cdot t_1^2 - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) \dots (2.1.75)$$

光速不変の原理で記述できる慣性座標系の位置ベクトル (2.1.76) および (2.1.77) を使用して、速度ベクトル

を定義できる。その速度ベクトルの定義は、(2.1.78) で記述できる。位置ベクトル (2.1.76) および (2.1.77) では、ローレンツ変換を採用している空間軸の座標および時間軸の座標である。速度の定義 (2.1.78) の極限值の変数である h は時間を意味する。

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \cdots (2.1.76)$$

$$\mathbf{r}_1(t_1) = (x_1(t_1), y_1(t_1), z_1(t_1)) \cdots (2.1.77)$$

$$v_x(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{z(t+h) - z(t)}{h} \cdots (2.1.78)$$

位置ベクトル (2.1.76) で速度ベクトルを記述すると (2.1.79) である。位置ベクトル (2.1.77) で速度ベクトルを記述すると (2.1.80) である。

$$\mathbf{v}(t) = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \cdots (2.1.79)$$

$$\mathbf{v}_1(t_1) = v_{x1} \mathbf{i}_1 + v_{y1} \mathbf{j}_1 + v_{z1} \mathbf{k}_1 \cdots (2.1.80)$$

特殊相対性理論では速度の相対性を説明できる。このことは、絶対速度 (the absolute velocity) ——3章2節で説明する。——を使用しない。速度の変換式は (2.1.81) ~ (2.1.83) である。速度の変換式の y 軸成分の変換式 (2.1.82) および z 軸成分の変換式 (2.1.83) では係数 (2.1.52) を記述している。相対論的速度の変換 (the relativistic velocity transformation equations) (2.1.81) ~ (2.1.83) では、2つの慣性座標系上でそれぞれ観測する速度の変換である。ニュートン力学では、相対速度として扱っているものと言える。特殊相対性理論では、そのような意味ではすべて相対速度を記述することになるので一般には質点の速度には相対速度とは呼ばない。慣性座標系の等速度には相対速度と呼ぶことがある。

$$v_{x1}(t_1) = \frac{v_x(t) - u}{1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)} \cdots (2.1.81) \quad v_{y1}(t_1) = \frac{v_y(t)}{\gamma \cdot \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)\right)} \cdots (2.1.82) \quad v_{z1}(t_1) = \frac{v_z(t)}{\gamma \cdot \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)\right)} \cdots (2.1.83)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \cdots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

相対論的加速度の変換 (the relativistic acceleration transformation equations) の x 軸成分は (2.1.84) で記述できる。ニュートン力学の絶対加速度 ——3章で説明する。——とは異なり、(2.1.84) のように慣性座標系ごとに異なる値を仮定できる。このことは、ニュートン力学のすべての慣性座標系で等しい加速度である絶対加速度 ——3章で説明する。——を使用することとは異なる。(2.1.84) では加速度の相対性は説明できていない。特殊相対性理論では、等速直線運動する慣性座標系を使用するので加速度座標系は採用していない。加速度座標系の加速度を使用できないことで、加速度の相対性は説明できない。特殊相対性理論の慣性座標系上の加速度は、慣性座標系の速さおよび質点の速度ベクトルの成分で他方の慣性座標系上の加速度に変換できる。この相対論的加速度の変換では、加速度座標系上の質点の加速度を他の加速度座標系上で観測した場合の質点の加速度に変換できていない。このことでは、加速度の相対性を説明できていない。

$$a_{x1}(t_1) = \frac{a_x(t)}{\gamma^3 \cdot \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)\right)^3} \cdots (2.1.84) \text{ x 軸の加速度成分の変換式}$$

ローレンツ変換で絶対空間を否定できる。このことは、特殊相対性理論で絶対空間を否定できることとは異なる。

ローレンツ変換では、慣性の法則を満足する慣性座標系を仮定している。特殊相対性理論では、その慣性座標系のみを扱う理論である。真空中の光の速さは絶対速度 (the absolute velocity) で記述できない。このことで、質点が重力場に静止している座標系上での重力のみの自由落下を説明することで、慣性の法則は否定できる。一般相対性理論では、加速度座標系を使用する。その加速度座標系上に仮定した重力場の重力のみの自由落下運動は慣性座標系上での等速度運動を意味する——文献7で説明している。——。

絶対空間を否定する際には、このような重力のみに自由落下運動を使用できる。ニュートン力学の絶対空間上で観測した質点の加速度は、すべての慣性座標系上で等しい絶対加速度である。ローレンツ変換では、近似で加速度座標系を導出することができる。質点に合力である重力が作用しているので、質点が重力の方向に加速度運動することを加速度座標系上で説明できる。この加速度運動は、加速度座標系上で観察したものである。加速度座標系が加速度運動している慣性座標系 (inertial coordinate-system) 上では、その質点は等速度運動している。慣性座標系上では、慣性の法則が成立するものと仮定している。慣性座標系上の質点に作用している合力は零であるので、等速度運動していることになる。このことは、加速度座標系上での重力は慣性座標系上では観測できない。重力が作用していないので等速度運動を慣性座標系上で保っているが、加速度座標系上では重力のみの自由落下加速度運動をしている。この意味では、加速度座標系上では慣性の法則は保っていない。加速度は、速度の変化率で計算する。速度の変化率は、質点の持つ速度が変化することで計算できる。その質点に合力が慣性座標系上では作用していても、加速度座標系上では質点の加速度を計算できる——加速度座標系上では慣性の法則が成立していない。——。加速度座標系上では、見かけの力である合力が作用しているように観測できる場合がある。この見かけの力は、加速度座標系上に仮定した一様な重力場 (a homogeneous gravitational field) の重力である。一様な重力場 (a homogeneous gravitational field) に静止しているものと仮定した座標系上で、質点が重力のみの自由落下加速度運動をしている様に見える。実際に重力が作用していないのに、加速度座標系上では加速度の相対性で重力のみの自由落下加速度が生じているように見える。この加速度の相対性で、重力のみの自由落下加速度は加速度座標系の加速度で決定できる。この意味では、加速度座標系ごとに異なる重力のみの自由落下加速度を仮定できる——この場合では、慣性座標系上では加速度が零で等速度運動している質点である。——。このように慣性座標系上では、質点の加速度が零である。加速度座標系では、それぞれの加速度座標系で異なる質点の重力のみの自由落下加速度 (the free-fall acceleration due to the gravitation) が決定する。このことは、すべての慣性座標系上でひとつの絶対加速度を使用する絶対空間とは異なる。慣性座標系ごとの質点の加速度 (2.1.85) に変換でき、その加速度 (2.1.85) とは別に加速度座標系上の質点の加速度 (2.1.86) を観測する。慣性座標系上の質点の加速度 (2.1.85)、加速度座標系上の質点の加速度 (2.1.86) とその加速度座標系の加速度 (2.1.87) との差 (2.1.88) を仮定して、加速度の相対性 (2.1.88) を仮定できる。このことは、一般相対性理論の等価原理 (the principle of equivalence) を使用してローレンツ変換で導出できる——文献7で導出した。——。慣性座標系では、特殊相対性理論の光速不変の原理は成立している。

$$a = \frac{dv}{dt} \dots (2.1.85) \text{慣性座標系上の質点の加速度}$$

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} \dots (2.1.86) \text{加速度座標系上の質点の加速度}$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha \dots (2.1.87) \text{慣性座標系上の加速度座標系の加速度}$$

$$a_1 \approx a - \alpha \dots (2.1.88) \text{加速度の相対性の記述}$$

等価原理 (the principle of equivalence) は、「加速度座標系 K_1 での自然の法則は、一様な重力場 (a homogeneous gravitational field) に静止している座標系 K での自然の法則 (the laws of nature) に欠けることなく等しいもの」と仮定している。加速度座標系 K_1 の加速度は慣性座標系 K_0 で観測するものと仮定する。

光速の不変の原理: すべての慣性座標系で真空中の光の速さはその光源の運動の状態で決定しないで定数であり, 真空中の光の速度は等速度である。

光速の不変の原理では, すべての慣性座標系で, 真空中の光の速度は等速度である。光源の運動状態が慣性座標系内で光源から放射される真空中の光の速度の向きを決定する可能性は考えられる。

3 ニュートン力学の絶対速度およびガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) ^{7) 12) 15)}

ニュートン力学 (Newtonian mechanics) で使用する慣性座標系には, 絶対空間 (absolute space) および絶対時間 (absolute time) を公理として採用している。この公理で, 距離および時間を計算できる。運動を説明する対象には, 移動をしているものと仮定できる。移動している対象には, 速度で運動を説明できる。その速度はベクトル量である。ベクトル量であるので向きおよび大きさを持つ。その速度 (velocity) ベクトルが変化することには, 加速度ベクトルを仮定できる。慣性の法則では, 等速直線運動している物質は外部から合力が作用しないことで等速直線運動をしている。等速直線運動が加速度運動に変化するには, その物質 (matter) に外部から合力 (resultant force) が作用することになる。その外部からの合力は, ニュートンの運動方程式 (3.1) で記述する。ニュートンの運動方程式で記述できる合力が作用していることで, 物質の速度ベクトルが変化する。速度ベクトルの変化は, 運動の変化であるものと扱える。その運動が変化する抵抗を示すのに, ニュートンの運動方程式を記述できる慣性質量を使用する。その質量は定数として扱われ運動方程式 (3.1) の右辺の係数に記述している。運動方程式 (3.1) は加速度 (3.2) に書き直すことができる。加速度 (3.2) の右辺には分母に質量を記述している。右辺の分母の質量が大きいと, 左辺の加速度の大きさは小さくなる。加速度 (3.2) の向きは, 右辺の合力 (resultant force) で決定する。加速度の大きさが小さいことでは, 速さの変化が小さいことを意味する。運動の向きの変化は変更できなくても速度 (velocity) の速さの変化を小さくなることは, その質点の運動の変化に対する抵抗する能力を示すものと解釈できる。質量は質点に定義している。物質は, そのような定数である慣性質量を持つものと仮定される。慣性質量 (inertial mass) で, その物質の運動を変化させる合力に対する抵抗する程度を示している。

$$\mathbf{f} = m_{\text{in_Newton}} \mathbf{a}, (m_{\text{in_Newton}} = \text{const.}) \dots (3.1) \text{ ニュートンの運動方程式 (Newtonian equation of motion)}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{f}}{m_{\text{in_Newton}}}, (m_{\text{in_Newton}} \neq 0) \dots (3.2)$$

その慣性質量が大きいことで, 大きな力が作用しないと大きな加速度は得ることはできないことは明らかである。その大きな力は, ニュートンの運動法則の左辺に記述している合力である。その合力 (resultant force) は, 質点に作用する。質点は慣性質量を持つが, 体積は持たない '点' である。このことは, 運動方程式 (3.1) (the equation of motion) の左辺の合力が質点に作用することで, その質点は運動方程式 (3.1) の右辺の加速度で質点の速度ベクトルの変化を説明できる。その質点は, その速度で移動する。ここでの質点に仮定している物質 (matter) は, 実際には体積を持つことは自然である。(3.1) を慣性質量 (3.3) に書き直すことができる。慣性質量 (3.3) の右辺は, その質点に作用して

いる合力の大きさを分子に記述しており分母には質点の加速度運動の加速度の大きさを記述している。慣性質量 (3.3) の右辺では、その質点に仮定された物質の体積の情報は記述されていない。プリンキピア (PRINCIPIA) ——ニュートン先生が質量を説明している著書である。(Mathematical Principles of Natural Philosophy)——でも、重さ (weight) で説明できるものと解釈できる。その重さとの関係では、密度 (density) および体積 (volume) との関係に質量を考える。プリンキピア (PRINCIPIA) では、明確な密度の計算を定義されていないようである。このことでは、慣性質量 (3.3) の分母および分子を観測して計算し、その質点に仮定されている物質の体積を使用して質量の密度を計算できる。この質量は定数である。

$$m_{\text{in_Newton}} = \frac{|\mathbf{f}|}{|\mathbf{a}|}, (m_{\text{in_Newton}} \neq 0, |\mathbf{a}| \neq 0) \dots (3.3) \text{慣性質量 (inertial mass)}$$

その体積 (volume) は、形を持つ物質 (matter) のものである。その物質の形は押すことで変形する場合を仮定できる。その変形では、その物質の全体が質点で計算できる速度ベクトルで同一に移動することは否定できる。この意味では、そのように変形する各位置には異なる加速度および速度を仮定できる。このように、ひとつの物質の各位置に速度および加速度を計算することに、現実的には計算方法に物質の異なる性質を考えることを仮定する。このような問題で、ニュートンの運動方程式 (3.1) で記述して説明できる対象は質点であるものと説明できる。この加速度は速度で定義するものである。ニュートンの運動方程式では、加速度は定義しない。この意味では、速度 (velocity) および加速度は質点で計算することになる。質点で速度を定義することで、物質の形の変化に伴う速度の変化に因ってひとつの速度に定まらないことを避けることができる。

慣性質量 (inertial mass) は質点 (material point) に定義することで、体積 (volume) を考慮しないですむ。等速度運動している物質には、合力 (resultant force) が零であることを仮定できる。このことは、慣性の法則 (the law of inertia) およびニュートンの運動方程式 (3.1) で説明できる。合力が零であるので、その物質 (matter) を押す力は作用していないものと説明できる。この意味では、その物質の形の変形はないものと仮定できる。形が変形する際に、体積 (volume) の変化を仮定できる場合がある。このように形が変形しないことを仮定できることで、体積が変化しないことも仮定できる。質量が保存されることを仮定すると、体積 (volume) の変化で質量の体積密度の変化を仮定できる。ニュートン力学の質量の保存は、慣性の法則を使用して物質の体積が変化せず形も変化せず絶対時間を記録する時計が絶対空間に定義できることで保証できる。このように等速度運動している物質に慣性質量が定数であることを仮定でき、体積の変化を無視できることですべての慣性座標系上で慣性質量が等しい値になる。重力のみの自由落下運動をしている物質には、重力が作用している。重力は空間の位置で異なることを説明できる。物質の各部位に作用する重力および空中での抵抗力を仮定することができる。このような物質に作用している合力では、重力のみが作用しているものではない。このことでは、その物質の各部位で異なる加速度運動していることを仮定できる。このことでは、異なる加速度運動で他の質点とのポテンシャルエネルギーへの運動エネルギーの変換を仮定できる。その物質 (matter) はひとつであっても、その物質の内部も含めてひとつの質点となる場合の全エネルギーは、その質点が仮定されている加速度座標系上でのエネルギーの保存則を保証されているものと仮定できることがある。この仮定では、光子 (photon) の持つ全エネルギー (3.4) は重力場のポテンシャルエネルギー (potential energy) に変換されることを説明できる。

$$E = m(c) \cdot c^2 \dots (3.4)$$

このことで、その光子 (photon) の慣性質量は減少することを仮定できる。特殊相対性理論では、速度で慣性質量 (2.1.66) が変化することを説明している。

$$m(v), (0 \leq v \leq c) \dots (2.1.66) \text{慣性質量}$$

ニュートン力学の質量の保存則は、質点の慣性質量 (3.3) は定数である。さらに、その定数は重力場のポテンシャルエ

エネルギーで変化する場合を説明していない。質点の慣性質量が定数であることには、ニュートンの運動の第3法則 (Newton's third law of motion) である作用・反作用を仮定している。 ひとつの質点として扱える物質の内分に作用する内力 (internal force) が、作用・反作用の法則で相殺されることを仮定している。

$$m_{\text{in_Newton}} = \frac{|\mathbf{f}|}{|\mathbf{a}|}, (m_{\text{in_Newton}} \neq 0, |\mathbf{a}| \neq 0) \dots (3.3)$$

その物質を構成している粒子を仮定する。それらの粒子に作用する内力が、それぞれの粒子の加速度運動を生じさせる。そのような加速度運動で、各粒子の持つ全エネルギーの変化を説明できる。各粒子が加速度運動することで、ひとつの質点として扱えなくなり質点系として扱うことを仮定できる。この場合では、ひとつの物質の慣性質量を定数として保つことができなくなる。ひとつの物質はいくつかの物質に分割される。 それぞれの物質は加速度運動をしておりエネルギーの放出および吸収を仮定できる。このことで、分割された各物質の持つ全エネルギーの運動エネルギー (kinetic energy) はポテンシャルエネルギー (potential energy) に変換されることで減少することを仮定できる。このことは、ポテンシャルエネルギーから物質の持つ運動エネルギーに変換されて物質の持つ全エネルギーが増加する場合も仮定できる。このように物質の持つ全エネルギーが増加することでは、慣性質量およびエネルギーの等価性 (2.1.73) の慣性質量の増加を仮定できる。

$$E = m(v) \cdot c^2 \dots (2.1.73) \text{慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy)}$$

物質 (matter) を粒子の結合で構成するものと説明する場合には、ニュートン力学での質量の保存の法則は光の粒子の慣性質量を説明しない。光の粒子である光子は、光量子エネルギー (2.1.10) を持つ。光量子エネルギー (2.1.10) は電磁波の振動数 (3.5) で変化する。

$$E_{\text{particle}} = h \cdot \nu_{\text{wave}} \dots (2.1.10)$$

$$\nu_{\text{wave}} \dots (3.5)$$

その光量子エネルギーは、光子 (photon) の運動エネルギー (kinetic energy) である。その光子の運動エネルギーは、重力場のポテンシャルエネルギー (potential energy) に変換できる——一般相対性理論で説明する。文献7で導出した。——。このような光子の持つ全エネルギー (3.4) が慣性質量 (2.1.66) に変換できることで、原子の持つ全エネルギー (2.1.73) の変化を説明できる。質点系のエネルギーの保存則 (2.1.1) では、外部から原子である質点系に外力を作用させることで質点系のエネルギーの変化を生じさせることができる。

$$E = m(v) \cdot c^2 \dots (2.1.73) \text{慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy)}$$

$$\Delta U + \Delta K + \Delta E_{\text{internal}} = W_{\text{external}} \dots (2.1.1) \text{系のエネルギー保存則}$$

加速度座標系の加速度は (3.6) であるものと仮定する。ここでは、(3.6) は定数であるものと仮定する。加速度座標系上では、質点 (material point) が加速度 (3.7) で運動をしているものと仮定する。慣性座標系上では、(3.8) の合力 (resultant force) が、その質点に作用しているものと仮定する。その質点は、慣性座標系上では絶対加速度 (3.9) で加速度運動している。

$$\mathbf{a}_{\text{NS}} \dots (3.6) \text{加速度座標系の絶対加速度}$$

$$\mathbf{a}_{\text{NAS_p}} \dots (3.7) \text{加速度座標系上の質点の加速度}$$

$$\mathbf{f}_{\text{a}} = m_{\text{in_Newton}} \cdot (\mathbf{a}_{\text{NAS_p}} + \mathbf{a}_{\text{NS}}) \dots (3.8) \text{絶対空間で観測する質点に作用している合力}$$

$$\mathbf{a}_{\text{Ab}} = \mathbf{a}_{\text{NAS_p}} + \mathbf{a}_{\text{NS}} \dots (3.9) \text{質点の絶対加速度}$$

質点に作用している合力 (resultant force) で記述しているニュートンの運動方程式 (3.8) の右辺を展開すると (3.10) になる。(3.10) の右辺の第1項を左辺に移項すると (3.11) になる。慣性力 (inertial force) (3.12) を仮定して、加速度座標系上でニュートンの運動方程式に相似の方程式 (3.11) を仮定している——文献7で説明した。——。

$$\mathbf{f}_a = m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} + m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} \cdots (3.10)$$

$$\mathbf{f}_a - m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} = m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} \cdots (3.11)$$

$$-m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} \quad (m_{\text{in_Newton}} = \text{const.}) \cdots (3.12) \text{慣性力 (inertial force)}$$

加速度座標系上で質点に作用する合力 (resultant force) を零に仮定することで, 方程式 (3.13) を仮定することができる. 加速度座標系上で質点が静止していることになる. 慣性座標系上では, 加速度座標系の加速度 (acceleration) (3.6) で加速度運動している. 加速度座標系では, 方程式 (3.13) の左辺に示すように力の差で生じる右辺の合力が零の平衡 (equilibrium) 状態であるものと仮定することがある. (3.13) は, ダランベールの原理 (d'Alembert's Principle) であるものと呼ばれることがある. ダランベールの原理 (d'Alembert's Principle) (3.13) では, 慣性座標系上の質点に (3.13) の左辺の第1項の合力が作用しているのが加速度運動をしている. 加速度座標系上では, (3.13) の右辺を仮定して質点に作用している合力は零であるものと説明している. この意味では, 慣性力 (3.12) は見かけの力である. 実際には, 質点にはダランベールの原理 (3.13) の右辺の第1項の合力が作用して加速度座標系の加速度で加速度運動をしている. このような平衡状態の仮定は, すべての慣性座標系上で成立することを仮定することになる. これは, 絶対加速度 (3.6) で計算することに因る. ダランベールの原理 (3.13) では, ニュートン力学の加速度座標系上に静止している質点は慣性座標系上では加速度運動をしているものと仮定している. この平衡 (equilibrium) 状態は, アインシュタインの一般相対性理論とは逆になる合力の作用を説明している. 一般相対性理論では, 重力場に静止している座標系上で質点が重力のみの自由落下加速度 (the free-fall acceleration due to the gravitation) を仮定できる. その質点は, 加速度座標系上で重力のみの自由落下運動をしていることを等価原理 (the principle of equivalence) で仮定する. その一般相対性理論の加速度座標系上で加速度運動している質点は, 慣性座標系上で等速度運動していることになる.

$$\mathbf{f} - m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} = \mathbf{0}, \quad (m_{\text{in_Newton}} = \text{const.}) \cdots (3.13) \text{ダランベールの原理 (d'Alembert's Principle)}$$

$$\mathbf{a}_{\text{NS}} \cdots (3.6) \text{加速度座標系の絶対加速度}$$

等価原理 (the principle of equivalence) は, 「加速度座標系 K_1 での自然の法則は, 一様な重力場 (a homogeneous gravitational field) に静止している座標系 K での自然の法則 (the laws of nature) に欠けることなく等しいもの」と仮定している. 加速度座標系 K_1 の加速度は慣性座標系 K_0 で観測するものと仮定する.

加速度座標系が加速度運動している慣性座標系上では, その質点に作用する合力が零であるものと (3.14) を仮定する. 質点に作用する合力 (3.14) をニュートンの運動方程式の相似の方程式 (3.11) の左辺に代入すると (3.15) を記述できる. (3.15) を整理すると, (3.16) になる. 加速度座標系上で, その加速度座標系の加速度の大きさに等しく向きが逆の方向に加速度運動する質点を仮定する. 慣性座標系上で, その質点に作用している合力の運動方程式 (3.8) の右辺には絶対加速度 (3.9) を記述している. その質点の絶対加速度 (3.9) に加速度 (3.16) を代入すると, (3.17) になる. 質点の絶対加速度 (the absolute acceleration) (3.17) では, その質点は慣性座標系上では等速度運動しているものと仮定できる.

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{0} \cdots (3.14)$$

$$\mathbf{f}_a - m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} = m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} \cdots (3.11)$$

$$\mathbf{0} - m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NS}} = m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} \cdots (3.15)$$

$$-\mathbf{a}_{\text{NS}} = \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} \cdots (3.16)$$

$$\mathbf{f}_a = m_{\text{in_Newton}} \cdot (\mathbf{a}_{\text{NAS}_p} + \mathbf{a}_{\text{NS}}) \cdots (3.8) \text{絶対空間で観測する質点1に作用している合力}$$

$$\mathbf{a}_{\text{Ab}} = \mathbf{a}_{\text{NAS}_p} + \mathbf{a}_{\text{NS}} \cdots (3.9) \text{質点の絶対加速度}$$

$$\mathbf{a}_{Ab} = \mathbf{a}_{NAS_p} + \mathbf{a}_{NS} = \mathbf{0} \cdots (3.17)$$

絶対空間に絶対時間を記録する時計を仮定しているので、慣性質量が定数であることを説明できる。ニュートン力学の加速度座標系上で静止している質点は、一般相対性理論 (the general theory of relativity) とは逆に絶対空間上の慣性座標系上では加速度運動をしている。加速度座標系上で加速度運動している質点には、方程式 (3.11) の左辺の合力が作用している。この合力が作用していることで、質点として扱っている物質 (matter) の形が変形して体積 (volume) が変化することを仮定できる。

$$\mathbf{f}_a - m_{in_Newton} \cdot \mathbf{a}_{NS} = m_{in_Newton} \cdot \mathbf{a}_{NAS_p} \cdots (3.11)$$

この変化では、質点の慣性質量の体積密度が定数の場合では、その質点の慣性質量は変化することを仮定できる。この慣性質量の変化は、加速度座標系上の質点に慣性質量が定数であることを否定する場合を提案している。観察する対象である物質の慣性質量に応じて、質点の慣性質量を決定する。慣性座標系上では等速度運動として扱っているので、その質点の慣性質量は定数で変化しないものと仮定できる。このことでは、ニュートン力学の慣性座標系および加速度座標系の理論での整合性を否定できる。ニュートン力学の慣性力は見かけの力である。一方、アインシュタインの一般相対性理論での重力は、見かけの重力の場合と実際に作用している重力の場合に区別できる。

このような体積 (volume) が変化する質点の慣性質量の体積密度が定数の場合は、その質点の慣性質量が変化することを仮定できる。変形することを説明する合力 (resultant force) が、ニュートン力学では質点の加速度で異なることを仮定できる。各慣性座標系上で絶対加速度での同じ加速度の運動をしている。この絶対加速度に従って、その質点に作用している合力を仮定できる。絶対加速度 (the absolute acceleration) がすべての慣性座標系上で等しいので、慣性質量が等しい場合の運動方程式 (3.1) の右辺は同じ値になる。この意味では、ニュートンの運動方程式の合力 (3.1) はすべての慣性座標系上で等しい値になる。この質点の形が変形せずに体積 (volume) が変化しない場合の慣性質量は変化することなくニュートンの運動方程式を満足することを説明できる。

$$\mathbf{f} = m_{in_Newton} \cdot \mathbf{a} \quad (m_{in_Newton} = \text{const.}) \cdots (3.1) \text{ニュートンの運動方程式 (Newtonian equation of motion)}$$

ニュートン力学の慣性座標系上での加速度は、絶対加速度 (the absolute acceleration) である。絶対加速度では、すべての慣性座標系上でひとつの加速度を質点に使用している。絶対空間上で絶対時間を使用して各慣性座標系の質点の絶対加速度を観測していることを仮定している。ニュートン力学での絶対的に静止している空間を仮定している絶対空間では、その絶対空間で観測して加速度運動している質点は絶対的に加速度運動 (accelerated motion) していることになる。

特殊相対性理論 (the special theory of relativity) の慣性の法則を満足する慣性座標系では、質点の加速度は各慣性座標系で異なる値に変換される。特殊相対性理論では、等速度の加速度の零は他の慣性座標系上でも零として変換できる。一般相対性理論の加速度座標系上では、慣性座標系は加速度運動しているように観測される。この意味では、一般相対性理論 (the general theory of relativity) では慣性の法則が成立しない。ニュートン力学の慣性の法則を満足する慣性座標系は、絶対空間上で絶対速度の等速直線運動しているものとして扱う。絶対速度の等速度運動の加速度は、絶対加速度で零である。

3.1 ニュートン力学の撓まない直交座標系^{10) 12) 15)}

絶対空間上での慣性座標系で記述する速度ベクトルおよび加速度ベクトルを定義する。慣性座標系上での質点の位置ベクトルは (3.1.1) で記述する。位置ベクトル (3.1.1) の各成分は、絶対時間を独立変数とする関数である。慣性座標系上の質点の速度ベクトルは (3.1.2) で記述できる。速度ベクトル (3.1.2) の各成分は、絶対時間を独立変数とする関数である。位置ベクトル (3.1.1) および速度ベクトル (3.1.2) との関係は、速度の定義 (3.1.3) で与えることができる。

$$\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \dots (3.1.1)$$

$$\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t)) \dots (3.1.2)$$

$$v_x(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{z(t+h) - z(t)}{h} \dots (3.1.3) \text{速度の定義}$$

速度の定義 (3.1.3) では、絶対時間の時点 (3.1.4) は定数である。速度の定義 (3.1.3) では、変数は絶対時間の時間 (3.1.5) である。

$$t = \text{constant} \dots (3.1.4) \text{絶対時間の時点}$$

$$h \neq 0 \dots (3.1.5) \text{絶対時間の時間}$$

速度 (3.1.3) は、微分係数である。微分係数 (3.1.3) は、位置ベクトル (3.1.1) で描く曲線の接線の傾きである。接線の方程式としては、(3.1.6) を記述できる。(3.1.6) は位置ベクトルの微分である。位置ベクトルの微分 (3.1.6) の右辺には、絶対時間の微分 (3.1.7) を記述している。位置ベクトルの微分 (3.1.6) は、時間 (3.1.7) を独立変数とする線形関数である。(3.1.6) では、速度ベクトル (3.1.2) は定数である。定数である時点 (3.1.4) の位置ベクトル (3.1.1) の曲線上の点に接する接線の方程式 (3.1.6) である。接線の方程式 (3.1.6) は微分方程式でもある。

$$d\mathbf{x}(t) = \mathbf{v}(t) \cdot dt \dots (3.1.6)$$

$$dt = h \dots (3.1.7)$$

位置ベクトルの微分 (3.1.6) は、速度ベクトル (3.1.2) に書き直すことができる。速度ベクトル (3.1.2) は速度の定義 (3.1.3) を微分で書き直したものである。速度の定義 (3.1.3) が速度ベクトルの定義区間内のすべての時点に定義できると、時点 (3.1.4) は定義区間内のすべての時点に使用できる。このことで、速度ベクトル (3.1.2) は絶対時間の時点を独立変数とする関数として扱うことができる。

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (3.1.8)$$

加速度ベクトルは (3.1.9) で記述できる。加速度ベクトル (3.1.9) の各成分は、絶対時間を独立変数とする関数である。速度ベクトル (3.1.2) および加速度ベクトル (3.1.9) との関係は、加速度の定義 (3.1.10) で与えることができる。

$$\mathbf{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t)) \dots (3.1.9)$$

$$a_x(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v_x(t+h) - v_x(t)}{h}, a_y(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v_y(t+h) - v_y(t)}{h}, a_z(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v_z(t+h) - v_z(t)}{h} \dots (3.1.10) \text{加速度の定義}$$

加速度の定義 (3.1.10) では、絶対時間の時点 (3.1.4) は定数である。加速度の定義 (3.1.10) では、変数は絶対時間の時間 (3.1.5) である。

$$t = \text{constant} \dots (3.1.4) \text{絶対時間の時点}$$

$$h \neq 0 \dots (3.1.5) \text{絶対時間の時間}$$

加速度 (3.1.10) は、微分係数である。微分係数 (3.1.10) は、速度ベクトル (3.1.2) で描く曲線の接線の傾きである。接線の方程式としては、(3.1.11) を記述できる。(3.1.11) は速度ベクトルの微分である。速度ベクトルの微分 (3.1.11) の右辺には、絶対時間の微分 (3.1.7) を記述している。速度ベクトルの微分 (3.1.11) は、時間 (3.1.7) を独立変数とする線形関数である。(3.1.11) では、加速度ベクトル (3.1.9) は定数である。定数である時点 (3.1.4) の速度ベクトル (3.1.2) の曲線上の点に接する接線の方程式 (3.1.11) である。接線の方程式 (3.1.11) は微分方程式でもある。

$$d\mathbf{v}(t) = \mathbf{a}(t) \cdot dt \cdots (3.1.11)$$

$$dt = h \cdots (3.1.7)$$

速度ベクトルの微分 (3.1.11) は、加速度ベクトル (3.1.12) に書き直すことができる。加速度ベクトル (3.1.12) は加速度の定義 (3.1.10) を微分で書き直したものである。加速度の定義 (3.1.10) が加速度ベクトルの定義区間内のすべての時点に定義できると、時点 (3.1.4) は定義区間内のすべての時点に使用できる。このことで、加速度ベクトル (3.1.12) は絶対時間の時点を独立変数とする関数として扱うことができる。

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \cdots (3.1.12)$$

(3.1.13) は時間間隔 (interval) Δt の平均速度 (average velocity) である。時間間隔 Δt の平均速度 (3.1.13) の各成分は、絶対時間を独立変数とする関数である。位置ベクトル (3.1.1) および時間間隔 Δt の平均速度ベクトル (3.1.13) との関係は、時間間隔 Δt の平均速度の定義 (3.1.14) で与えることができる。時間間隔 Δt の平均速度 (3.1.14) は定数である。時間間隔 Δt の平均速度 (3.1.14) では、(3.1.4) は定数である。

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\Delta \mathbf{x}(t)}{\Delta t}, (\Delta t \neq 0) \cdots (3.1.13) \text{時間間隔 (interval) } \Delta t \text{ の平均速度 (average velocity)}$$

$$\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \cdots (3.1.1)$$

$$v_x(t) \equiv \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) \equiv \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) \equiv \frac{z(t+h) - z(t)}{h}, (h \neq 0) \cdots (3.1.14) \text{時間間隔 } \Delta t \text{ の平均速度の定義}$$

$$t = \text{constant} \cdots (3.1.4) \text{絶対時間の時点}$$

絶対時間の時間 (3.1.15) は、平均速度 (average velocity) を決定する時間間隔である。このように平均速度が同じ定数である時点の区間内では、時間 (3.1.15) は変数である。(3.1.14) は (3.1.16) に書き直すことができる。

(3.1.16) の右辺では、時間間隔 Δt の平均速度 (3.1.14) は定数であり絶対時間の時間 (3.1.15) は独立変数である。(3.1.16) は線形関数である。

$$\Delta t = h \cdots (3.1.15) \text{絶対時間の時間}$$

$$x(t+h) - x(t) = v_x(t) \cdot h, y(t+h) - y(t) = v_y(t) \cdot h, z(t+h) - z(t) = v_z(t) \cdot h, (t = \text{constant}, h \neq 0) \cdots (3.1.16)$$

異なる加速度座標系を時点に応じて、その加速度を定義できるように選択して繋げた場合を仮定する。この場合には加速度座標系の速度が、その速度の微分係数を計算できるように加速度座標系の加速度を決定する。時点ごとに速度が異なることで、同じ時間に移動できる距離が異なる。

$$v_x(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{z(t+h) - z(t)}{h} \cdots (3.1.3) \text{速度の定義}$$

1887年のマイケルソン-モーリーの実験のように真空中の光の速さが (2.14) に慣性座標系ごとに等しい場合に、真空中の光が同じ時間に移動できる距離が慣性座標系ごとに異なることを仮定する。このことでは、単

位時間に真空中の光は 299 792 458 m だけ移動する。質点は、(3.1.3) の右辺の速度の各成分に従って単位時間に移動する距離が変化する。その時点ごとの速度を慣性座標系の速度にそれぞれ仮定する。それらの慣性座標系ごとに真空中の光が移動する距離が同じ場合には慣性座標系上で観測する各慣性座標系での真空中の光の移動時間が異なる。

$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \dots (2.14)$ SI でメートルの定義を与える際に、真空中の光の速さ (2.14) の値に定義した。

慣性座標系ごとに真空中の光が 299 792 458 m だけ進むのに移動時間が異なることでは、ひとつの慣性座標系では単位時間は費やすのに他方の慣性座標系では単位時間は費やさないことになる。慣性座標系ごとに真空中の光の速さが (2.14) のように等しいことでは、(3.1.14) の右辺の分子の距離が同じ場合では右辺の分母の時間 h が異なることで速度が異なる。

$$v_x(t) \equiv \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) \equiv \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) \equiv \frac{z(t+h) - z(t)}{h}, (h \neq 0) \dots (3.1.14) \text{ 時間間隔 } \Delta t \text{ の平均速度の定義}$$

時間 h は時点の増加分であるので、時間の変化が異なることを意味する。各慣性座標系の時間の変化が異なる。各慣性座標系の時間の比では、2つの慣性座標系間の時間の変化率を記述できる。このことでは、単位時間に真空中の光の進む距離が異なることを仮定できる。慣性座標系ごとに同じ真空中の光の速さ (2.14) を採用するので、ひとつの慣性座標系よりも他方の慣性座標系上の真空中の光の進む距離が長いのは、距離 299 792 458 m の長さが異なるものと仮定できる。慣性座標系ごとの距離の単位の長さが異なる。このことは、慣性座標系の各軸の単位の長さの目盛りの距離が異なることを意味する。この計算を応用すると、加速度座標系をつないだひとつの座標系の軸の単位の長さの目盛りの距離が異なることを仮定できる。さらに、加速度運動で直線上の運動を否定できることで加速度座標系をつないだひとつの座標系は曲面を描くものと仮定できる。このような座標系は撓んでいる。このようなことは、アインシュタインの一般相対性理論を使用して、ローレンツ変換 (2.1.48) ~ (2.1.51) の近似の計算で説明できる。

$$x_1 = \gamma \cdot (x - u \cdot t) \dots (2.1.48) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の値}$$

$$y_1 = y \dots (2.1.49) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } y_1 \text{ 軸の値}$$

$$z_1 = z \dots (2.1.50) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } z_1 \text{ 軸の値}$$

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right) \dots (2.1.51) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の時間軸 } t_1 \text{ の値}$$

ニュートン力学の絶対空間上で絶対時間を採用した慣性座標系には、そのように撓まずに各慣性座標系の軸の目盛りは等しい直交座標系を仮定する。そのような慣性座標系上にニュートンの3つの運動の法則を仮定している。ニュートン力学の加速度座標系上では、3つの運動の法則の第1法則——慣性の法則である。——および第2法則——運動方程式である。——が成立しない。このことで、加速度座標系では一般に物理法則が等しく成立することは仮定できない。ニュートン力学の相対性原理としては、慣性座標系上にすべての力学の法則が等しい表現で成立するものと仮定されている。

質点に作用する力は力の法則で記述する。ニュートン力学の力の法則は、絶対空間および絶対時間を使用した慣性座標系で説明をする。その慣性座標系上では、ガリレイ変換ですべての力学の法則が等しい表現で成立する。加速度座標系では、このようなことは保証されない。そのような慣性座標系について3章1節の最後に考察する。3章2節からは、ガリレイ変換を導出する。

絶対空間および絶対時間を公理とする。絶対空間に距離を定義する。その距離を使用して速度を定義する。その速度は、質点に定義する。質点には、点に質量の情報を与えている。質量には、質量の体積密度 (3.1.17) を仮定する。物質には体積 (3.1.18) を仮定している。ここで、質量は (3.1.19) で記述する。

$\rho_{\text{vd}} \text{ kg/m}^3 \dots$ (3.1.17) 質量の体積密度

$V_{\text{volume}} \text{ m}^3 \dots$ (3.1.18) 物質の体積

$m = \rho_{\text{vd}} \times V_{\text{volume}} \text{ kg} \dots$ (3.1.19)

さらに、質量は物質の重さと関係を与えられる。その関係式は、(3.1.20) である。重さ (3.1.20) の右辺には、(3.1.21) を記述している。(3.1.21) は、単位質量あたりの重さである。単位質量あたりの重さ (3.1.21) は定数である質量 (3.1.19) に比例して物質の重さ (3.1.20) を記述できる。

$W_{\text{weight}} = m \times \beta_g \text{ N} \dots$ (3.1.20) 重さ

$\beta_g \text{ N/kg} \dots$ (3.1.21)

ここで、距離および時間を観測するのに座標系の座標軸を使用する。その座標系は、直交座標系であるものと仮定する。直交座標系を仮定することで、x軸、y軸およびz軸を与えることができる。その直交座標系の各軸の目盛りには次のように仮定する。同じ速さの速度で移動することで、移動する距離は同じであることを説明できる。(3.1.16) の右辺の (3.1.5) は時間である。(3.1.16) では、時点は定数である。このことで、速度 (3.1.22) は定数である。

$x(t+h) - x(t) = v_x(t) \cdot h, y(t+h) - y(t) = v_y(t) \cdot h, z(t+h) - z(t) = v_z(t) \cdot h, (t = \text{constant}, h \neq 0) \dots$ (3.1.16)

$h \neq 0 \dots$ (3.1.5) 絶対時間の時間

$v_x(t) = v_y(t) = v_z(t), (t = \text{constant}) \dots$ (3.1.22)

質点が定数である速度で時間 (3.1.5) だけ等速度運動をする。この運動では、質点の移動距離は (3.1.16) の左辺で記述できる。(3.1.16) の右辺の速度の各成分は (3.1.22) であることを仮定する。仮定 (3.1.22) では、(3.1.16) の右辺は等しい値になる。このことでは、(3.1.16) の x 軸、y 軸および z 軸の質点の各移動距離は等しい値である。各軸の距離は、ある時点 (3.1.4) のときの速度の定数である各成分を傾きとし時間 (3.1.5) を変数とする線形性を (3.1.16) で示している。

$t = \text{constant} \dots$ (3.1.4) 絶対時間の時点

各軸には、直線上に目盛りを与える。質点の速度は、その座標系上で観測するものである。重力を仮定する場合には、重力のみの自由落下運動で質点が加速度運動をする。その質点の加速度運動のある時点の速度を使用することを仮定できる。この場合は初速度が零で重力のみの自由落下加速度を仮定できる。このような加速度運動で計算できる質点の移動時間および移動距離から軸の目盛りを仮定できる。このような目盛りの与え方は、(3.1.16) での線形性を仮定している。このことで各軸の単位となる長さは等しい値であり、各軸は撓むことなく線分であることを仮定する。このような計算が成立する直交座標系を仮定する。

3.2 絶対速度 (the absolute velocity) および相対速度 (relative velocity) ^{12) 15)}

絶対空間に上述のような直交座標系を仮定する。そのような座標系は、慣性座標系であること仮定する。絶対空間上にひとつの質点を仮定する。その質点の運動を慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ 上で記述する。ここで使用する慣性座標系は、時点が零であるときに2つの慣性座標系の原点は一致しているものと仮定する。質点が絶対加速度で運動しているものと仮定する。絶対加速度はすべての慣性座標系上で等しい。ニュートン力学の絶対空間では、絶対加速度は不変量である。その絶対加速度は (3.2.1) で仮定する。(3.2.2) は絶対加速度 (the absolute acceleration) (3.2.1) の x 軸成分である。(3.2.3) は絶対加速度 (3.2.1) の y 軸成分である。(3.2.4) は絶対加速度 (3.2.1) の z 軸成分である。ここでは、質点の絶対加速度 (3.2.1) は定数であるものと仮定する。

$$\mathbf{a}_{NAb} = (a_{NAbx}, a_{NAby}, a_{NAbz}) \cdots (3.2.1) \text{ 質点の絶対加速度}$$

$$a_{NAbx} \cdots (3.2.2) \text{ 質点の絶対加速度}$$

$$a_{NAby} = 0 \cdots (3.2.3)$$

$$a_{NAbz} = 0 \cdots (3.2.4)$$

(3.2.2) ~ (3.2.4) を絶対加速度 (3.2.1) の右辺に代入すると (3.2.5) になる。(3.2.6) は、絶対速度の慣性座標系 S 上の x 軸成分の微分である。(3.2.7) は、相対速度 (relative velocity) の慣性座標系 S₁ 上の x 軸成分の微分である。絶対速度の微分 (3.2.6) および相対速度の微分 (3.2.7) の右辺は等しい。このことは、絶対加速度および絶対時間で記述していることで説明できる。絶対速度の微分 (3.2.6) および相対速度の微分 (3.2.7) は、絶対時間の時点の微分 (3.2.8) を独立変数とする線形関数になる。その線形関数の傾きは、絶対加速度 (the absolute acceleration) である。速度の微分には、絶対速度および相対速度の相違が左辺の変数の記述にあり右辺は等しい記述である。このことは、微分方程式を解くことでさらに明確になる。

$$\mathbf{a}_{NAb} = (a_{NAbx}, 0, 0) \cdots (3.2.5) \text{ 質点の絶対加速度 (the absolute acceleration)}$$

$$dv_{NAbx} = a_{NAbx} \cdot dt \cdots (3.2.6) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 (absolute velocity) の微分}$$

$$dv_{NAbx1} = a_{NAbx} \cdot dt \cdots (3.2.7) \text{ 慣性座標系 S}_1 \text{ 上の質点の相対速度 (relative velocity) の微分}$$

$$dt \cdots (3.2.8) \text{ 絶対時間の時点の微分}$$

絶対速度の微分方程式 (3.2.6) を積分 (3.2.8) に書き直す。(3.2.8) は定積分 (3.2.9) に書き直すことができる。定積分 (3.2.9) は (3.2.10) になる。絶対速度 (the absolute velocity) の関数は (3.2.10) の左辺の積分区間の値として (3.2.11) および (3.2.12) で記述する。(3.2.11) および (3.2.12) は慣性座標系 S 上の質点の絶対速度の x 軸成分である。関数 (3.2.11) および (3.2.12) を (3.2.10) の左辺に代入すると、(3.2.13) の左辺のようになる。

$$\int_{v_{NAbx1}}^{v_{NAbx2}} dv_{NAbx} = \int_{t_1}^{t_2} a_{NAbx} \cdot dt \cdots (3.2.8)$$

$$\left[v_{NAbx} \right]_{v_{NAbx1}}^{v_{NAbx2}} = \left[a_{NAbx} \cdot t \right]_{t_1}^{t_2} \cdots (3.2.9)$$

$$v_{NAbx2} - v_{NAbx1} = a_{NAbx} \cdot t_2 - a_{NAbx} \cdot t_1 \cdots (3.2.10)$$

$$v_{NAbx1} = v_{NAbx}(t_1) \cdots (3.2.11) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx2} = v_{NAbx}(t_2) \cdots (3.2.12) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx}(t_2) - v_{NAbx}(t_1) = a_{NAbx} \cdot t_2 - a_{NAbx} \cdot t_1 \dots (3.2.13)$$

相対速度の微分方程式 (3.2.7) は、関数 (3.2.14) および (3.2.15) を使用することで (3.2.16) に記述できる.

(3.2.14) および (3.2.15) は、慣性座標系 S_1 上の質点の相対速度の x 軸成分である.

$$dv_{NAbx1} = a_{NAbx} \cdot dt \dots (3.2.7)$$

$$v_{NAbx1} = v_{NAbx1}(t_1) \dots (3.2.14) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

$$v_{NAbx2} = v_{NAbx2}(t_2) \dots (3.2.15) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

$$v_{NAbx1}(t_2) - v_{NAbx1}(t_1) = a_{NAbx} \cdot t_2 - a_{NAbx} \cdot t_1 \dots (3.2.16)$$

ここで使用する慣性座標系は、時点が零であるときに2つの慣性座標系の原点は一致しているものと仮定した. 時点に (3.2.17) および (3.2.18) を仮定する. 時点 (3.2.17) および時点 (3.2.18) を (3.2.13) に代入すると, (3.2.19) になる. (3.2.19) の右辺を整理すると, (3.2.20) になる.

$$t_1 = 0 \dots (3.2.17)$$

$$t_2 = t \dots (3.2.18)$$

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) = a_{NAbx} \cdot t - a_{NAbx} \cdot 0 \dots (3.2.19)$$

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) = a_{NAbx} \cdot t \dots (3.2.20)$$

質点の絶対加速度を零 (3.2.21) に仮定する. 零である絶対加速度 (3.2.21) を (3.2.20) の右辺に代入すると (3.2.22) である. (3.2.22) の左辺の第1項は慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 (3.2.23) である. (3.2.22) の左辺の第2項は時点が零であるときの慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 (3.2.24) である. (3.2.23) が (3.2.24) に等しいことで、慣性座標系 S 上の質点の速度は等速度であるので (3.2.25) を記述できる. 時点が零のときは、質点は加速度運動をしていないものと仮定できる. この意味では、質点は時点が零のときに慣性座標系 S 上で初速度を持って移動しているものと仮定できる. 時点が零のときに、慣性座標系 S_1 上で相対速度の初速度を持ち移動している質点は、慣性座標系 S 上では (3.2.24) の絶対速度の初速度で移動している.

$$a_{NAbx} = 0 \dots (3.2.21)$$

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) = 0, (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.22)$$

$$v_{NAbx}(t) \dots (3.2.23) \text{ 慣性座標系 } S \text{ 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx}(0) \dots (3.2.24) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S \text{ 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx}(t) = v_{NAbx}(0), (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.25) \text{ 慣性座標系 } S \text{ 上の質点の速度が等速度である.}$$

時点が零 (3.2.17) であるときの慣性座標系 S 上の質点の速度が零 (3.2.26) であることを仮定する. 時点 (3.2.18) のときの慣性座標系 S 上の質点の速度が零 (3.2.27) であることを仮定する. 慣性座標系 S 上の質点は静止しているものと扱える.

$$v_{NAbx}(0) = 0, (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.26) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S \text{ 上の質点の速度が零である.}$$

$$v_{NAbx}(t) = 0, (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.27)$$

時点 (3.2.17) および時点 (3.2.18) を (3.2.16) に代入すると, (3.2.28) になる. (3.2.28) の右辺を整理すると, (3.2.29) になる.

$$v_{NAbx1}(t) - v_{NAbx1}(0) = a_{NAbx} \cdot t - a_{NAbx} \cdot 0 \dots (3.2.28)$$

$$v_{NAbx_1}(t) - v_{NAbx_1}(0) = a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.29)$$

零である絶対加速度 (3.2.21) を (3.2.29) の右辺に代入すると (3.2.30) である. (3.2.30) は (3.2.31) に書き直すことができる. (3.2.32) および (3.2.33) が等しい (3.2.31) で, 慣性座標系 S_1 上の質点の速度は等速度である. 時点が零のときは, 質点は加速度運動をしていないものと仮定できる. この意味では, 質点は時点が零のときに慣性座標系 S_1 上で初速度 (3.2.33) を持って移動しているものと仮定できる. 時点が零のときに, 慣性座標系 S 上で初速度 (3.2.24) を持ち移動している質点は, 慣性座標系 S_1 上では相対速度 (3.2.33) の初速度で移動している.

$$v_{NAbx_1}(t) - v_{NAbx_1}(0) = 0, (a_{NAbx} = 0) \cdots (3.2.30) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の速度が等速度である.}$$

$$v_{NAbx_1}(t) = v_{NAbx_1}(0), (a_{NAbx} = 0) \cdots (3.2.31) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の速度}$$

$$v_{NAbx_1}(t) \cdots (3.2.32) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

$$v_{NAbx_1}(0) \cdots (3.2.33) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

時点が零 (3.2.17) のときの慣性座標系 S_1 上の質点の速度が零であることを (3.2.34) で仮定する. 時点 (3.2.18) のときの慣性座標系 S_1 上の質点の速度が零であることを (3.2.35) で仮定する. 慣性座標系 S_1 上の質点は静止しているものと扱える.

$$v_{NAbx_1}(0) = 0, (a_{NAbx} = 0) \cdots (3.2.34) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の速度が零である.}$$

$$t_2 = t \cdots (3.2.18)$$

$$v_{NAbx_1}(t) = 0, (a_{NAbx} = 0) \cdots (3.2.35)$$

その等速度 (3.2.24) および (3.2.33) で, 慣性座標系の等速度である相対速度 (relative velocity) (3.2.36) を仮定できる. 慣性座標系の等速度である相対速度 (3.2.36) は, 慣性座標系 S 上での質点の初速度の x 軸成分および慣性座標系 S_1 上の x 軸成分で (3.2.38) のように記述できる. (3.2.37) では, 不等式 (3.2.38) になる. 相対速度の相対速度 (3.2.38) から初速度の不等式 (3.2.39) である. 不等式 (3.2.39) では, 質点の慣性座標系 S 上の初速度は慣性座標系 S_1 上の初速度以上である.

$$v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.24) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S \text{ 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx_1}(0) \cdots (3.2.33) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

$$u \geq 0 \cdots (3.2.36)$$

$$v_{NAbx_1}(0) - v_{NAbx}(0) = -u \cdots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAbx_1}(0) - v_{NAbx}(0) \leq 0 \cdots (3.2.38)$$

$$v_{NAbrq}(0) \leq v_{NAbr}(0) \dots (3.2.39)$$

慣性座標系 S の (3.2.27) および慣性座標系 S_1 の (3.2.35) では、それぞれの速度が零で等しいことを仮定できる。2つの慣性座標系が、同じ速度で存在する。速度が零であるが、この場合は互いに慣性座標系から観測した速度であることおよび絶対空間上に仮定した座標系上での速度である。絶対空間に仮定したひとつの質点の速度を (3.2.27) および (3.2.35) で記述した。そのひとつの質点がそれぞれの座標系に静止していることを仮定することで、質点の速度は座標系の等速度であることを仮定できる。質点の絶対加速度が零であることでは、すべての慣性座標系上で絶対加速度は零である。このことでは、すべての慣性座標系上で加速度運動をしていない。さらに、(3.2.26) および (3.2.34) のように質点の初速度は零に仮定した。初速度が零であり、加速度運動をしていない状態で慣性座標系上に静止している質点を仮定している。

$$v_{NAbr}(t) = 0, (a_{NAbr} = 0) \dots (3.2.27)$$

$$v_{NAbrq}(t) = 0, (a_{NAbr} = 0) \dots (3.2.35)$$

$$v_{NAbr}(0) = 0, (a_{NAbr} = 0) \dots (3.2.26) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S \text{ 上の質点の速度が零である。}$$

$$v_{NAbrq}(0) = 0, (a_{NAbr} = 0) \dots (3.2.34) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の速度が零である。}$$

それらの座標系が、絶対空間上で静止していることを仮定できる。慣性座標系 S が絶対空間に静止していることを仮定する。慣性座標系 S 上で静止している質点は、絶対空間上で静止している。2つの慣性座標系間での相対速度は (3.2.37) で決定する。このことで、慣性座標系 S 上では慣性座標系 S_1 を観測する。慣性座標系 S_1 上では、慣性座標系 S を観測する。慣性座標系は等速度運動であるので、絶対加速度は零である。

$$v_{NAbrq}(0) - v_{NAbr}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

(3.2.20) および (3.2.29) の右辺は等しい。このことで、(3.2.40) を記述できる。(3.2.40) は (3.2.41) に書き直すことができる。相対速度 (3.2.37) の右辺を (3.2.41) の右辺に代入すると、(3.2.42) である。慣性座標系 S 上で速度が零で静止している質点の速度が慣性座標系 S_1 の相対速度である場合は (3.2.26) および (3.2.27) を仮定できる。慣性座標系 S_1 上で速度が零で静止している質点の速度が慣性座標系 S の相対速度である場合は (3.2.34) および (3.2.35) を仮定できる。これらの仮定では、2つの慣性座標系は速度が零で完全に重なった状態であり、同じ慣性座標系であるものと扱うことができる。この意味では、相対速度 (3.2.43) を仮定できる。

$$v_{NAbr}(t) - v_{NAbr}(0) = a_{NAbr} \cdot t \dots (3.2.20)$$

$$v_{NAbrq}(t) - v_{NAbrq}(0) = a_{NAbr} \cdot t \dots (3.2.29)$$

$$v_{NAbrq}(t) - v_{NAbrq}(0) = v_{NAbr}(t) - v_{NAbr}(0) \dots (3.2.40)$$

$$v_{NAbrq}(t) - v_{NAbr}(t) = v_{NAbrq}(0) - v_{NAbr}(0) \dots (3.2.41)$$

$$v_{NAbrq}(t) - v_{NAbr}(t) = -u \dots (3.2.42) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$u = 0 \dots (3.2.43)$$

一般には、2つの慣性座標系を仮定するとひとつの慣性座標系上で他方の慣性座標系を観測すると相対速度 (3.2.37) は零にはならない。慣性座標系 S_1 は慣性座標系 S 上で等速度運動している。慣性座標系 S_1 では、静止していることを仮定できる。この意味では、(3.2.34) および (3.2.35) を仮定できる。(3.2.34) および (3.2.35)

を (3.2.41) に代入すると (3.2.44) である. (3.2.44) の両辺を整理すると, (3.2.45) である. (3.2.35) を (3.2.42) に代入すると (3.2.46) である. (3.2.46) の右辺を (3.2.45) の左辺に代入すると, (3.2.47) である. (3.2.47) では慣性座標系 S 上を等速度運動する質点の等速度を (3.2.47) で決定する. このことでは, 慣性座標系 S 上を等速度運動している慣性座標系 S₁ の等速度に, その質点の等速度 (3.2.47) を対応させている. この対応では, 慣性座標系 S 上を慣性座標系 S₁ が等速度 (3.2.47) で運動していることになる.

$$0 - v_{NAbr}(t) = 0 - v_{NAbr}(0) \cdots (3.2.44)$$

$$-v_{NAbr}(t) = -v_{NAbr}(0) \cdots (3.2.45)$$

$$-v_{NAbr}(t) = -u \cdots (3.2.46)$$

$$u = v_{NAbr}(0) \cdots (3.2.47)$$

(3.2.26) および (3.2.27) を仮定すると, 慣性座標系 S₁ 上で慣性座標系 S が等速度運動していることを仮定している. (3.2.26) および (3.2.27) を (3.2.41) に代入すると, (3.2.48) になる. (3.2.48) を整理すると, (3.2.49) になる. (3.2.27) を (3.2.42) に代入すると, (3.2.50) になる. (3.2.50) の右辺を (3.2.49) の左辺に代入すると, (3.2.51) になる. (3.2.51) では慣性座標系 S₁ 上を等速度運動する質点の等速度を (3.2.51) で決定する. このことでは, 慣性座標系 S₁ 上を等速度運動している慣性座標系 S の等速度に, その質点の等速度 (3.2.51) を対応させている. この対応では, 慣性座標系 S₁ 上を慣性座標系 S が等速度 (3.2.51) で運動していることになる.

$$v_{NAbr1}(t) - v_{NAbr}(t) = v_{NAbr1}(0) - v_{NAbr}(0) \cdots (3.2.41)$$

$$v_{NAbr1}(t) - 0 = v_{NAbr1}(0) - 0 \cdots (3.2.48)$$

$$v_{NAbr1}(t) = v_{NAbr1}(0) \cdots (3.2.49)$$

$$v_{NAbr1}(t) - v_{NAbr}(t) = -u \cdots (3.2.42)$$

$$v_{NAbr1}(t) = u \cdots (3.2.50)$$

$$u = v_{NAbr1}(0) \cdots (3.2.51)$$

(3.2.27), (3.2.35), (3.2.26) および (3.2.34) では, 両方の慣性座標系上で互いの相対速度が零に決定している. この場合では, $u = 0 \cdots (3.2.43)$ であることで特別な議論に向かう.

$$v_{NAbr}(t) = 0, (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.27)$$

$$v_{NAbr1}(t) = 0, (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.35)$$

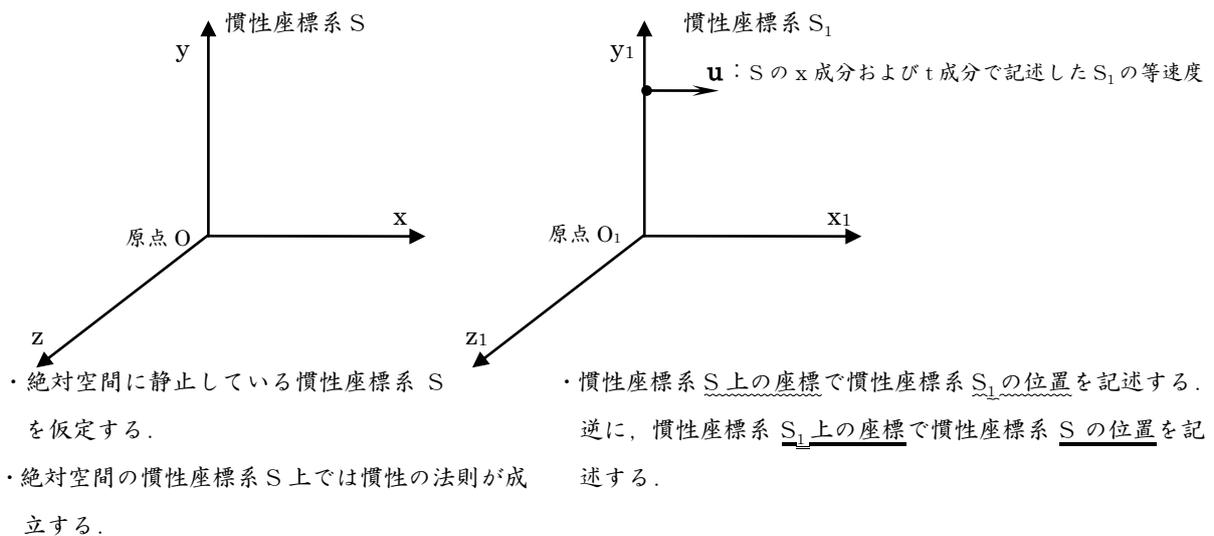
$$v_{NAbr}(0) = 0, (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.26) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 S 上の質点の速度が零である.}$$

$$v_{NAbr1}(0) = 0, (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.34) \text{ 時点が零であるときの慣性座標系 S}_1 \text{ 上の質点の速度が零である.}$$

絶対空間であるので, 加速度は零であり静止している. 加速度が零であるので運動の第2法則の合力は零である. 第2法則の合力が零であるので, 慣性の法則が成立する. ニュートン力学の絶対空間では, 絶対時間を仮定している. 絶対空間上に慣性の法則が成立する慣性座標系を仮定している. このことで, 2つの慣性座標系間に, 相対速度 (3.2.42) を仮定できる. この相対速度 (3.2.42) は, 絶対空間で慣性座標系の絶対速度が零であることを仮定している. 絶対空間上で慣性座標系 S が静止していることを仮定できる. この場合では, 慣性座標系の等速度の速さは無限大を否定できない. このことで, 質点に力を作用せる現象が生じる速さに無限大を採用できる. 無限大の速さで現象が生じることで, 作用反作用の法則が成立することを仮定できる.

$$v_{NAbr1}(t) - v_{NAbr}(t) = -u \cdots (3.2.42) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

すべての慣性座標系上で静止していることを仮定する。この仮定では、他の慣性座標系上で観察すると慣性座標系間の相対速度 (relative velocity) を仮定できる。この意味では、ひとつの慣性座標系上に静止している質点は、他の慣性座標系上では等速度運動をしている。絶対空間 (absolute space) 上で静止している質点の運動は、絶対運動 (absolute motion) として扱うことをニュートン先生がプリンキピア (PRINCIPIA) で定義している。絶対空間上では、質点に合力が作用すると、その質点は加速度運動をする。絶対空間上の質点に合力が作用しなければ、その質点は静止し続けるか等速度運動を続ける。このことでは、慣性の法則が成立している。この意味では、絶対空間上に慣性座標系を仮定できる。その慣性座標系が絶対空間上に静止している場合を慣性座標系の意味に許すことで絶対加速度で速度が零になり静止している慣性座標系は、絶対空間上に仮定できる。これらの考察での図 3.2.1 のように絶対空間を採用することで、絶対時間、ニュートンの運動方程式および作用反作用の法則を使うことができる。絶対時間および作用反作用の法則は、互いに関係を保っている。ニュートンの運動方程式は、特殊相対性理論でアインシュタイン先生に修正されたものが有る。慣性の法則は、特殊相対性理論でも使用できる。相対速度では、絶対空間も移動するように説明できる。マクスウェルの方程式系では、真空中の光の速さは定数であるのでニュートン力学の相対速度の記述ではない。1887年のマイケルソン-モーリーの実験では、絶対空間は観測されていない。ニュートン力学の絶対空間上の慣性座標系では、絶対加速度は不変量である。慣性質量が定数で不変であることでは、ニュートンの運動方程式の記述も不変である。ニュートンの運動方程式の質点に作用する合力も不変である。慣性質量が定数で不変であることも、絶対時間で説明できる。



絶対空間

絶対空間に2つの慣性座標系を仮定している。

図 3.2.1 絶対空間および慣性座標系

慣性座標系上で質点が加速度運動している場合を議論する。零でない絶対加速度 (3.2.52) を仮定する。(3.2.20) は慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 (3.2.53) に書き直すことができる。(3.2.29) は慣性座標系 S₁ 上の質点の相対速度 (3.2.54) に書き直すことができる。

$$a_{NAbr} \neq 0 \dots (3.2.52)$$

$$v_{NAbr}(t) - v_{NAbr}(0) = a_{NAbr} \cdot t \dots (3.2.20)$$

$$v_{NAbr}(t) = v_{NAbr}(0) + a_{NAbr} \cdot t \dots (3.2.53) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) = a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.29)$$

$$v_{NAbx}(t) = v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.54) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

2つの質点の初速度は異なることを (3.2.55) で仮定する. 初速度がそれぞれ異なるので, 速度 (3.2.53) および (3.2.54) は異なることは明らかである. このことは, (3.2.55) であるので, (3.2.41) の右辺は零でない. (3.2.41) の右辺が零でないので, (3.2.41) の左辺も零でない. このことで, (3.2.56) になる.

$$v_{NAbx}(0) \neq v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.55)$$

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(t) = v_{NAbx}(0) - v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.41)$$

$$v_{NAbx}(t) \neq v_{NAbx}(t) \cdots (3.2.56)$$

慣性座標系 S 上の質点の位置を計算する. 慣性座標系 S 上の位置ベクトルは (3.1.1) で説明した. その速度ベクトルは (3.1.8) で説明した.

$$\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \cdots (3.1.1)$$

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \cdots (3.1.8)$$

慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 (3.2.53) の左辺は, (3.1.1) および (3.1.8) を使用すると (3.2.57) で記述できる. 慣性座標系 S 上の質点の位置 (3.2.57) の両辺を積分することで, (3.2.58) を記述できる.

$$v_{NAbx}(t) = v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.53) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度}$$

$$\frac{dx_{NAb}(t)}{dt} = v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.57)$$

$$\int_0^t \frac{dx_{NAb}(t)}{dt} dt = \int_0^t (v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t) dt \cdots (3.2.58)$$

積分 (3.2.58) の左辺は, (3.2.59) の左辺のように書き直すことができる. 積分 (3.2.59) は定積分 (3.2.60) に書き直すことができる. 定積分 (3.2.60) は (3.2.61) になる. (3.2.61) の左辺の第2項は右辺に移項すると, (3.2.62) になる. (3.2.59) の左辺の積分区間には, (3.2.63) および (3.2.64) の関数に対応させる. (3.2.63) および (3.2.64) を (3.2.62) に代入すると, (3.2.65) を記述できる.

$$\int_{x_{NAb0}}^{x_{NAb}} dx_{NAb} = \int_0^t (v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t) dt \cdots (3.2.59)$$

$$\left[x_{NAb} \right]_{x_{NAb0}}^{x_{NAb}} = \left[v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \right]_0^t \cdots (3.2.60)$$

$$x_{NAb} - x_{NAb0} = v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \cdots (3.2.61)$$

$$x_{NAb} = x_{NAb0} + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \cdots (3.2.62)$$

$$x_{NAb} = x_{NAb}(t) \cdots (3.2.63)$$

$$x_{NAb0} = x_{NAb}(0) \cdots (3.2.64) \text{ 時点が零での慣性座標系 S の原点の慣性座標系 } S_1 \text{ 上の位置}$$

$$x_{\text{NAb}}(t) = x_{\text{NAb}}(0) + v_{\text{NAbx}}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \dots (3.2.65)$$

質点の慣性座標系 S_1 上の位置を計算する。慣性座標系 S 上の位置ベクトルは (3.1.1) で説明した。その速度ベクトルは (3.1.8) で説明した。慣性座標系 S_1 上の質点の相対速度 (3.2.54) の左辺は、(3.1.1) および (3.1.8) を使用すると (3.2.66) で記述できる。慣性座標系 S_1 上の質点の相対速度 (3.2.66) の両辺を積分することで、(3.2.67) を記述できる。

$$v_{\text{NAb}_1}(t) = v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.2.54) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度}$$

$$\frac{dx_{\text{NAb}_1}(t)}{dt} = v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.2.66)$$

$$\int_0^t \frac{dx_{\text{NAb}_1}(t)}{dt} dt = \int_0^t (v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t) dt \dots (3.2.67)$$

積分 (3.2.67) の左辺は、(3.2.68) の左辺のように書き直すことができる。積分 (3.2.68) は定積分 (3.2.69) に書き直すことができる。定積分 (3.2.69) は (3.2.70) になる。(3.2.68) の左辺の積分区間には、(3.2.71) および (3.2.72) の関数に対応させる。(3.2.71) および (3.2.72) を (3.2.70) に代入すると、(3.2.73) を記述できる。

$$\int_{x_{\text{NAb}_1 0}}^{x_{\text{NAb}_1 t}} dx_{\text{NAb}_1} = \int_0^t (v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t) dt \dots (3.2.68)$$

$$\left[x_{\text{NAb}_1} \right]_{x_{\text{NAb}_1 0}}^{x_{\text{NAb}_1 t}} = \left[v_{\text{NAb}_1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \right]_0^t \dots (3.2.69)$$

$$x_{\text{NAb}_1 t} = x_{\text{NAb}_1 0} + v_{\text{NAb}_1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \dots (3.2.70)$$

$$x_{\text{NAb}_1 t} = x_{\text{NAb}_1}(t) \dots (3.2.71)$$

$$x_{\text{NAb}_1 0} = x_{\text{NAb}_1}(0) \dots (3.2.72) \text{ 時点が零での慣性座標系 } S_1 \text{ の原点の慣性座標系 } S \text{ 上の位置}$$

$$x_{\text{NAb}_1}(t) = x_{\text{NAb}_1}(0) + v_{\text{NAb}_1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \dots (3.2.73)$$

$$x_{\text{NAb}}(t) = x_{\text{NAb}}(0) + v_{\text{NAbx}}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \dots (3.2.65)$$

$$x_{\text{NAb}}(0) = x_{\text{NAb}}(0) \dots (3.2.74) \text{ 時点が零のときの質点の位置は、慣性座標系 } S \text{ および慣性座標系 } S_1 \text{ 上で等しい。}$$

(3.2.21) を仮定して質点の等速直線運動を仮定する。絶対加速度 (3.2.21) を (3.2.65) および (3.2.73) の右辺に代入すると、(3.2.75) および (3.2.76) を記述できる。

$$a_{\text{NAbx}} = 0 \dots (3.2.21) \text{ 等速直線運動を仮定}$$

$$x_{\text{NAb}}(t) = x_{\text{NAb}}(0) + v_{\text{NAbx}}(0) \cdot t \dots (3.2.75) \text{ 絶対空間上の位置、慣性座標系 } S \text{ 上の慣性座標系 } S_1 \text{ の位置}$$

$$x_{\text{NAb}_1}(t) = x_{\text{NAb}_1}(0) + v_{\text{NAb}_1}(0) \cdot t \dots (3.2.76) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の位置、慣性座標系 } S_1 \text{ 上の慣性座標系 } S \text{ の位置}$$

3.3 位置の変換式^{12) 15)}

時点が零のときに、2つの慣性座標系の原点を一致させる。絶対空間——慣性座標系 S も意味する場合もある。——上で加速度運動する質点を仮定している。慣性座標系 S 上と慣性座標系 S₁ 上で加速度運動するひとつの質点を仮定する。この質点は絶対加速度で加速度運動をしている。絶対加速度 (absolute acceleration) であるのですべての慣性座標系上で等しい加速度である。それぞれの慣性座標系上で異なる座標を持つ。これらの2つの慣性座標系は x 軸方向が等速直線運動している。x 軸方向は、絶対空間 (absolute space) 上で直線上に等しいものとする。慣性座標系 S 上の質点の位置 (3.2.75) および慣性座標系 S₁ 上の質点の位置 (3.2.76) の差を (3.3.1) のように記述する。

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = \left(x_{NAb_1}(0) + v_{NAb_1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAb_1} \cdot t^2 \right) - \left(x_{NAb}(0) + v_{NAb}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAb} \cdot t^2 \right) \dots (3.3.1)$$

(3.3.1) の右辺は (3.3.2) の右辺のように整理できる。(3.3.2) の右辺の第3項目の括弧内は等しい絶対加速度で質点の移動した距離である。

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = (x_{NAb_1}(0) - x_{NAb}(0)) + (v_{NAb_1}(0) \cdot t - v_{NAb}(0) \cdot t) + \left(\frac{1}{2} \cdot a_{NAb_1} \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot a_{NAb} \cdot t^2 \right) \dots (3.3.2)$$

(3.3.2) の右辺の第3項目は零になるので、(3.3.3) の右辺を記述できる。(3.3.3) の右辺の第1項は、時点が零のときの慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ 上での質点の位置である。ニュートン力学の絶対空間での時間は、絶対時間である。絶対時間である時点が零のときに慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ の原点を一致させることを仮定した。このことで、(3.3.4) のように時点が零のときの2つの慣性座標系上のひとつの質点の位置は等しいことになる。

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = (x_{NAb_1}(0) - x_{NAb}(0)) + (v_{NAb_1}(0) \cdot t - v_{NAb}(0) \cdot t) \dots (3.3.3)$$

$$x_{NAb_1}(0) = x_{NAb}(0) \dots (3.3.4)$$

時点が零のときの質点の位置である (3.3.4) を (3.3.3) の右辺に代入すると、(3.3.5) の右辺のように記述できる。(3.3.5) は質点の相対運動 (relative motion) を記述している。

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = (v_{NAb_1}(0) - v_{NAb}(0)) \cdot t \dots (3.3.5) \text{ 質点の相対運動 (relative motion)}$$

慣性座標系上の原点からの距離は (3.3.6) のように仮定する。(3.3.6) は (3.3.7) に記述できる。(3.3.7) の左辺に (3.3.5) の右辺を代入すると (3.3.8) を記述できる。

$$x_{NAb_1}(t) < x_{NAb}(t) \dots (3.3.6)$$

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) < 0 \dots (3.3.7)$$

$$(v_{NAb_1}(0) - v_{NAb}(0)) \cdot t < 0 \dots (3.3.8)$$

(3.3.8) の左辺の時点は絶対時間で時点が零のときから観測しているので、0以上の値であるものと扱える。この扱いで、(3.3.8) は (3.3.9) に記述できる。

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAb}(0) < 0 \dots (3.3.9)$$

(3.3.9) は (3.3.10) に書き直せる。慣性座標系 S 上で等速直線運動している質点の等速度は慣性座標系 S₁ 上で等速直線運動している質点の等速度よりも速いことを仮定している (3.3.10) である。

$$v_{NAb_1}(0) < v_{NAb_x}(0) \dots (3.3.10)$$

慣性座標系の等速度の速さ (3.2.36) を相対速度 (3.2.37) で仮定する. (3.2.37) および (3.2.41) で (3.2.42) を仮定する. (3.2.42) は, 互いの慣性座標系上から互いの慣性座標系を観測した慣性座標系の速さで記述している. 相対速度 (3.2.37) および (3.2.42) は絶対速度および相対速度の差である.

$u \geq 0 \dots (3.2.36)$ 慣性座標系の等速度の速さ

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAb_x}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAb_1}(t) - v_{NAb_x}(t) = v_{NAb_1}(0) - v_{NAb_x}(0) \dots (3.2.41)$$

$$v_{NAb_1}(t) - v_{NAb_x}(t) = -u \dots (3.2.42) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

図 3.3.1 のように, 慣性座標系 S の x 軸上を慣性座標系 S₁ が距離 (3.3.11) だけ先に移動していることを仮定できる. 慣性座標系 S₁ が移動した距離 (3.3.11) に, その質点の同じ時点の慣性座標系 S₁ 上の x 軸上の位置 (3.2.71) を加えることで慣性座標系 S 上の質点の位置 (3.3.12) を記述できる.

$$u \cdot t \dots (3.3.11)$$

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb_1}(t) \dots (3.2.71)$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb_1}(t) + u \cdot t \dots (3.3.12)$$

(3.2.37) を (3.3.5) の右辺に代入すると, (3.3.13) になる. (3.3.14) は絶対空間上の x 軸上の慣性座標系 S₁ の位置に対応する. 慣性座標系 S₁ の等速度は絶対空間での絶対速度 (the absolute velocity) であるものと仮定する. (3.3.13) の左辺の第 2 項は右辺に移項することで (3.3.15) を記述できる. (3.3.15) は慣性座標系 S₁ 上の x 軸上の質点の位置である.

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAb_x}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = (v_{NAb_1}(0) - v_{NAb_x}(0)) \cdot t \dots (3.3.5) \text{ 質点の相対運動 (relative motion)}$$

$$x_{NAb_1}(t) - x_{NAb}(t) = -u \cdot t \dots (3.3.13)$$

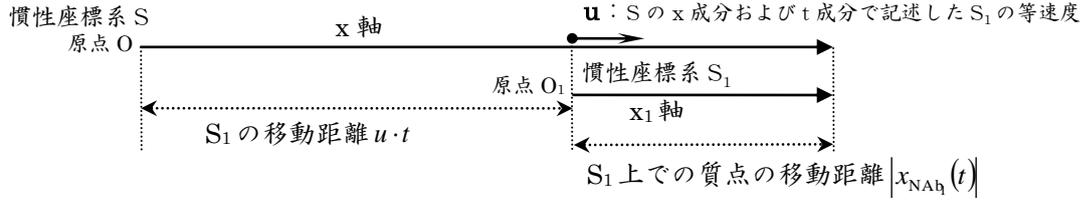
$$x_{NAb}(t) \dots (3.3.14)$$

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \dots (3.3.15)$$

(3.3.15) の右辺の第 2 項は左辺に移項すると, (3.3.16) になる. (3.3.16) は (3.3.12) に等しく図 3.3.1 で説明できる. 慣性座標系 S を絶対速度で零であるものと仮定する. 慣性座標系 S は, 慣性座標系 S₁ 上で相対速度の等速度運動をする.

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb_1}(t) + u \cdot t \dots (3.3.16)$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb_1}(t) + u \cdot t \dots (3.3.12)$$



絶対空間

絶対空間に2つの慣性座標系を仮定している.

図 3.3.1 相対運動での慣性座標系の位

(3.3.5) の左辺の第2項を右辺に移項すると, (3.3.17) になる. (3.3.17) の右辺の第1項に (3.2.73) の右辺を代入すると, (3.3.18) になる. (3.3.18) の右辺は, 整理すると (3.3.19) になる.

$$x_{NAb1}(t) - x_{NAb}(t) = (v_{NAb1}(0) - v_{NAbx}(0)) \cdot t \dots (3.3.5) \text{ 質点の相対運動 (relative motion)}$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb1}(t) - (v_{NAb1}(0) - v_{NAbx}(0)) \cdot t \dots (3.3.17)$$

$$x_{NAb1}(t) = x_{NAb1}(0) + v_{NAb1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.2.73)$$

$$x_{NAb}(t) = \left(x_{NAb1}(0) + v_{NAb1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \right) - (v_{NAb1}(0) - v_{NAbx}(0)) \cdot t \dots (3.3.18)$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb1}(0) + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.3.19)$$

(3.3.19) では, 時点が零のときの質点の位置は慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ 上で等しい. (3.3.4) の右辺を (3.3.19) の右辺の第1項に代入すると (3.3.20) になる. (3.3.20) は (3.2.65) に等しい.

$$x_{NAb1}(0) = x_{NAb}(0) \dots (3.3.4)$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb}(0) + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.3.20)$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb}(0) + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.2.65)$$

慣性座標系 S が絶対空間 (absolute space) で静止しているので, 慣性座標系 S₁ が慣性座標系 S 上で等速直線運動をしている. その慣性座標系 S₁ 上で記述している x₁ 軸上の質点の位置の値である. 絶対空間上での慣性座標系 S₁ の等速度運動の移動距離に慣性座標系 S₁ 上の質点の位置を加えたものが, 絶対空間上での質点の慣性座標系 S の x 軸の質点の位置の値である.

慣性座標系 S 上の位置ベクトルの x 軸成分 (3.3.20) を微分すると, 絶対速度 (3.3.21) になる. 絶対速度 (3.3.21) は, 絶対空間上に静止している慣性座標系 S 上の質点の絶対速度 である. 位置の変換 (3.3.16) を微分すると, 絶対速度 (3.3.22) になる. 絶対速度 (3.3.22) の左辺は絶対速度 (3.3.21) の左辺に等しい. 絶対速度 (3.3.22) は絶対加速度で記述した (3.3.21) で記述できる. (3.3.22) の右辺の相対速度である慣性座標系の等速度の速さを左辺に移項すると (3.3.23) になる. (3.3.23) は慣性座標系 S₁ 上の質点の速度であり, 相対速度である. 慣性座標系 S の等速度 (3.2.37) は相対速度であるので, 絶対速度 (3.3.21) は相対速度 (3.2.66) および相対速度 (3.2.37) の和で記述できている.

$$\frac{dx_{NAb}(t)}{dt} = v_{NAbx}(0) + a_{NAbx} \cdot t \dots (3.3.21) \text{絶対速度}$$

$$x_{NAb}(t) = x_{NAb}(0) + u \cdot t \dots (3.3.16)$$

$$\frac{dx_{NAb}(t)}{dt} = \frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} + u \dots (3.3.22) \text{絶対速度 (absolute velocity)}$$

$$\frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} = \frac{dx_{NAb}(t)}{dt} - u \dots (3.3.23) \text{相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAbx}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{相対速度 (relative velocity)}$$

$$\frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} = v_{NAb_1}(0) + a_{NAbx} \cdot t \dots (3.2.66) \text{相対速度 (relative velocity)}$$

——絶対空間上に静止している慣性座標系について——

ここで、慣性座標系 S の等速度 (3.2.37) が零であることを仮定すると (3.3.24) を記述できる。(3.3.24) は (3.3.25) になる。

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAbx}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAbx}(0) = 0 \dots (3.3.24)$$

$$v_{NAb_1}(0) = v_{NAbx}(0) \dots (3.3.25)$$

慣性座標系 S₁ 上の質点の位置の x 軸成分 (3.2.73) の右辺の第 2 項に (3.3.25) の右辺を代入すると、(3.3.26) になる。(3.3.4) を仮定しているので、(3.3.4) の右辺を (3.3.26) の右辺の第 1 項に代入すると (3.3.27) になる。

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb_1}(0) + v_{NAb_1}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.2.73)$$

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb_1}(0) + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.3.26)$$

$x_{NAb_1}(0) = x_{NAb}(0) \dots (3.3.4)$ 時点が零のときの質点の位置は、慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ 上で等しい。

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb}(0) + v_{NAbx}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{NAbx} \cdot t^2 \dots (3.3.27)$$

慣性座標系 S₁ 上の質点の位置の x 軸成分 (3.3.27) の右辺は慣性座標系 S 上の質点の位置の x 軸成分 (3.2.65) の右辺に等しい。このことで、(3.3.28) を記述できる。(3.3.28) の両辺を微分すると、(3.3.29) になる。(3.3.24) を仮定した (3.3.29) では、慣性座標系 S₁ 上の質点の速度の x 軸成分は慣性座標系 S 上の質点の速度の x 軸成分に等しい。

$$x_{\text{NAb}}(t) = x_{\text{NAb}}(0) + v_{\text{NAbx}}(0) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{NAbx}} \cdot t^2 \dots (3.2.65)$$

$$x_{\text{NAb}_1}(t) = x_{\text{NAb}}(t) \dots (3.3.28)$$

$$\frac{dx_{\text{NAb}_1}(t)}{dt} = \frac{dx_{\text{NAb}}(t)}{dt} \dots (3.3.29)$$

(3.3.29) の左辺では (3.2.66) は絶対速度になる. (3.3.29) の右辺は絶対速度 (3.3.21) である. (3.3.29) の右辺に (3.3.21) を代入すると, (3.3.30) になる. 質点が絶対空間上に静止している慣性座標系 S 上で運動している. 慣性座標系 S および慣性座標系 S₁ は絶対空間で静止して重なっている. このことで, 2つの慣性座標系は, ひとつの慣性座標系として扱うことができる.

$$\frac{dx_{\text{NAb}_1}(t)}{dt} = v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.2.66)$$

$$\frac{dx_{\text{NAb}}(t)}{dt} = v_{\text{NAbx}}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.3.21) \text{絶対速度}$$

$$\frac{dx_{\text{NAb}_1}(t)}{dt} = v_{\text{NAbx}}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.3.30) \text{絶対速度}$$

3.4 真空中の光の速さおよび絶対空間での相対速度¹⁰⁾

2つの慣性座標系は時点が零のときに, 原点が一致している. 相対運動で2つの慣性座標系は x 軸方向に等速直線運動をしている. 2つの慣性座標系の x 軸では同じ直線上に相対速度である慣性座標系の等速度の速さ (3.2.36) を記述するものと仮定した.

$$u \geq 0 \dots (3.2.36) \text{慣性座標系の等速度の速さ}$$

絶対空間上のひとつの質点の x 軸成分の速度は, 慣性座標系 S 上および慣性座標系 S₁ 上でそれぞれ観測できる. 絶対空間では, 絶対加速度を使用している. すべての慣性座標系上では, ひとつの絶対加速度でひとつの質点の加速度を記述する. 慣性座標系 S 上での質点の絶対速度は (3.2.53) で記述できる. 慣性座標系 S₁ 上での質点の相対速度は (3.2.54) で記述できる. 絶対速度 (3.2.53) の右辺の第1項は, 慣性座標系 S 上の質点の初速度である. 相対速度 (3.2.54) の右辺の第1項は, 慣性座標系 S₁ 上の質点の初速度である.

$$v_{\text{NAbx}}(t) = v_{\text{NAbx}}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.2.53) \text{慣性座標系 S 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{\text{NAb}_1}(t) = v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t \dots (3.2.54) \text{慣性座標系 S}_1 \text{上の質点の相対速度}$$

慣性座標系の等速度は, (3.4.1) で記述できる. 相対速度 (3.4.1) の右辺の括弧内には, 絶対加速度を記述してある. その絶対加速度は等しいので, その各項は相殺して零になる. (3.4.1) は (3.4.2) になる. 相対速度 (3.4.2) の右辺は, 初速度の相対速度である. 相対速度 (3.4.2) の左辺は, 任意の時点での質点の速度の相対速度である.

$$v_{\text{NAb}_1}(t) - v_{\text{NAbx}}(t) = (v_{\text{NAb}_1}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t) - (v_{\text{NAbx}}(0) + a_{\text{NAbx}} \cdot t) \dots (3.4.1)$$

$$v_{\text{NAb}_1}(t) - v_{\text{NAbx}}(t) = v_{\text{NAb}_1}(0) - v_{\text{NAbx}}(0) \dots (3.4.2)$$

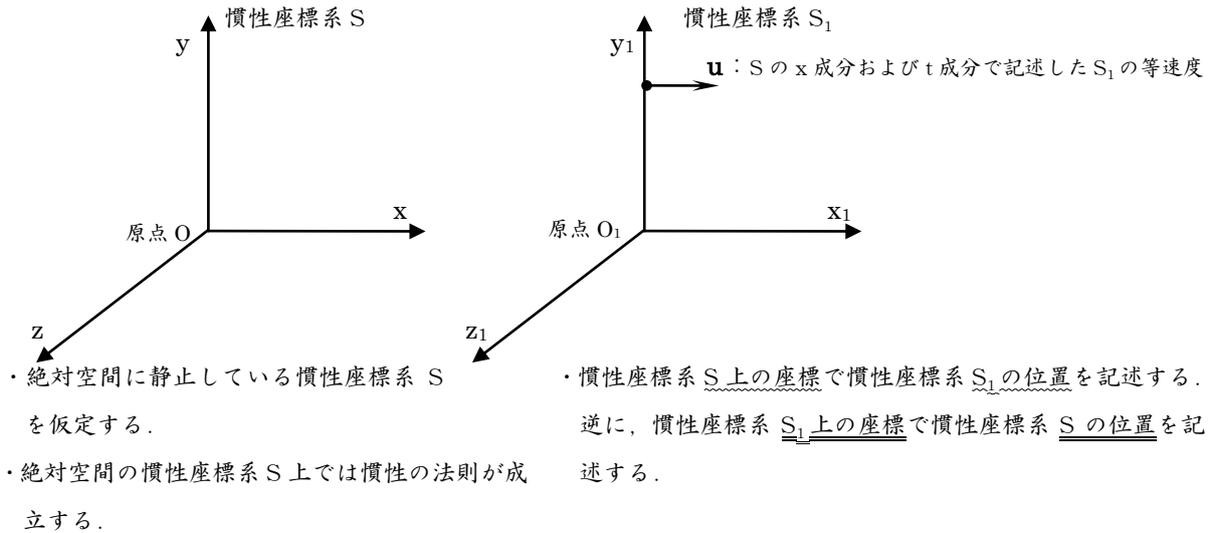
相対速度 (3.4.2) は, 慣性座標系 S₁ の x 軸成分で記述する慣性座標系 S の速度である. 図 3.2.1 では, 慣性座標系 S 上を慣性座標系 S₁ が x 軸の正の方向に等速度運動している. この場合では, 慣性座標系 S₁ 上で慣性座標系 S

が x 軸の負の方向に等速度運動していることを観察できる. (3.2.36) を使用して, この慣性座標系 S の相対速度が (3.2.37) に記述してある. (3.2.37) の右辺を (3.4.2) の右辺に代入すると, (3.2.42) になる.

$u \geq 0 \dots$ (3.2.36) 慣性座標系の等速度の速さ

$$v_{NAbq1}(0) - v_{NAbr}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAbq1}(t) - v_{NAbr}(t) = -u \dots (3.2.42) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$



絶対空間

絶対空間に2つの慣性座標系を仮定している.

図 3.2.1 絶対空間および慣性座標系

慣性座標系 S₁ 上を等速度運動する慣性座標系 S の相対速度 (3.2.42) は, 慣性座標系 S₁ 上を運動する質点の相対速度 (3.4.3) に書き直すことができる.

$$v_{NAbq1}(t) = v_{NAbr}(t) - u \dots (3.4.3)$$

絶対空間および絶対時間での相対速度で, 質点の速さについて考える. ここでは, 慣性座標系 S₁ 上を運動する質点の相対速度 (3.4.3) は (3.4.4) の表示にする.

$$v_{NAbq1}(t) = v_{NAbr}(t) - u \dots (3.4.3)$$

$$v_{NAbq1} = v_{NAbr} - u \dots (3.4.4)$$

慣性座標系 S 上を運動する質点の速度が ∞ に発散する場合を仮定する. この場合は, 極限值 (3.4.5) を記述できる.

$$\lim_{v_{NAbr} \rightarrow \infty} v_{NAbq1} = \lim_{v_{NAbr} \rightarrow \infty} v_{NAbr} - u \dots (3.4.5)$$

慣性座標系 S₁ 上を運動する質点の相対速度 (3.4.3) の極限值 (3.4.5) は (3.4.6) のように発散する. ニュートン力学の絶対空間上の慣性座標系上では, 質点の速さは無限大に発散ができる.

$$\lim_{v_{NAbr} \rightarrow \infty} v_{NAbq1} = \infty \dots (3.4.6)$$

慣性座標系の等速度の速さが ∞ に発散する場合を仮定する. この発散の (3.4.4) の極限值は (3.4.7) で記述で

きる. 極限值 (3.4.7) は極限值 (3.4.8) を記述できる. 極限值 (3.4.8) では, 慣性座標系の速さが ∞ に発散すると. 慣性座標系 S_1 上の質点の速度の x 軸成分も無限大に発散する.

$u \geq 0 \dots (3.2.36)$ 慣性座標系の等速度の速さ

$$v_{NAb_1} = v_{NAbr} - u \dots (3.4.4)$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} v_{NAb_1} = \lim_{u \rightarrow \infty} v_{NAbr} - \lim_{u \rightarrow \infty} u \dots (3.4.7)$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} v_{NAb_1} = -\infty \dots (3.4.8)$$

電磁気学では, 電磁波は真空中の光の速さ (2.12) である. 真空中の光の速さ (2.12) は定数である. この結果は, 相対速度 (3.4.5) および相対速度 (3.4.7) のように発散していない. このことは, 1887年のマイケルソン-モーリーの実験で真空中の光の速さがすべての慣性座標系上で等しいことに一致する. これは, ニュートン力学の計算が電磁気学およびマイケルソン-モーリーの実験に一致しないことを意味する.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{m}{s}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

$$\lim_{v_{NAbr} \rightarrow \infty} v_{NAb_1} = \lim_{v_{NAbr} \rightarrow \infty} v_{NAbr} - u \dots (3.4.5)$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} v_{NAb_1} = \lim_{u \rightarrow \infty} v_{NAbr} - \lim_{u \rightarrow \infty} u \dots (3.4.7)$$

3.5 ガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) ^{1 2) 1 5) 2 9)}

絶対空間に等速直線運動をしている質点を仮定した. その質点の絶対加速度 (3.2.5) には (3.2.21) を仮定した. その質点の位置ベクトル (3.1.1) を使用すると, 速度ベクトルは (3.1.8) で記述できる.

$$\mathbf{a}_{NAb} = (a_{NAbr}, 0, 0) \dots (3.2.5) \text{質点の絶対加速度 (the absolute acceleration)}$$

$$a_{NAbr} = 0 \dots (3.2.21) \text{等速直線運動を仮定}$$

$$\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \dots (3.1.1)$$

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (3.1.8)$$

速度ベクトル (3.1.8) を使用すると, その質点の慣性座標系 S 上での速度ベクトルの x 軸成分は (3.5.1) で記述できる. 加速度運動している質点の絶対速度ベクトルの x 軸成分は (3.3.21) で記述できた.

$$v_{NAbr}(t) = \frac{dx_{NAb}(t)}{dt} \dots (3.5.1) \text{絶対速度}$$

$$\frac{dx_{NAb}(t)}{dt} = v_{NAbr}(0) + a_{NAbr} \cdot t \dots (3.3.21) \text{絶対速度}$$

絶対加速度 (3.2.21) を (3.3.21) の右辺に代入すると, 絶対速度ベクトルの x 軸成分 (3.5.2) になる. 絶対速度 (3.5.2) は慣性座標系 S 上での位置ベクトルの微分の x 軸成分である (3.5.3) を記述できる.

$$a_{NAbr} = 0 \dots (3.2.21) \text{等速直線運動を仮定}$$

$$\frac{dx_{NAb}(t)}{dt} = v_{NAbr}(0) \dots (3.5.2) \text{絶対速度}$$

$dx_{NAb}(t) = v_{NAb}(0) \cdot dt \dots (3.5.3)$ 慣性座標系 S 上での位置ベクトルの微分の x 軸成分

速度ベクトル (3.1.8) を使用すると, その質点の慣性座標系 S_1 上での相対速度ベクトルの x 軸成分は (3.5.4) で記述できる. 加速度運動している質点の相対速度ベクトルの x 軸成分は (3.2.26) で記述できた.

$$v_{NAb_1}(t) = \frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} \dots (3.5.4) \text{ 相対速度}$$

$$\frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} = v_{NAb_1}(0) + a_{NAbx} \cdot t \dots (3.2.66) \text{ 相対速度}$$

絶対加速度 (3.2.21) を (3.2.26) の右辺に代入すると, 相対速度ベクトルの x 軸成分 (3.5.5) になる. 相対速度 (3.5.5) は慣性座標系 S_1 上での位置ベクトルの微分の x 軸成分である (3.5.6) を記述できる.

$a_{NAbx} = 0 \dots (3.2.21)$ 等速直線運動を仮定

$$\frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} = v_{NAb_1}(0) \dots (3.5.5) \text{ 相対速度}$$

$dx_{NAb_1}(t) = v_{NAb_1}(0) \cdot dt \dots (3.5.6)$ 慣性座標系 S_1 上での位置ベクトルの微分の x 軸成分

絶対空間上に静止している慣性座標系 S および等速度運動している慣性座標系 S_1 を仮定している. 慣性座標系 S 上の質点の速度は絶対速度 (3.2.25) で等速度運動している. 慣性座標系 S_1 上の質点の速度は相対速度 (3.2.31) で等速度運動している.

$$v_{NAbx}(t) = v_{NAbx}(0), (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.25) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度が等速度である.}$$

$$v_{NAb_1}(t) = v_{NAb_1}(0), (a_{NAbx} = 0) \dots (3.2.31) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度が等速度である.}$$

時点が零のときの質点の位置は, (3.3.4) のように一致することを仮定する. この仮定は, 上述の2つの慣性座標系の時点が零のときに原点が一致することで仮定している. (3.3.4) から (3.5.7) を導出できる.

$$x_{NAb_1}(0) = x_{NAb}(0) \dots (3.3.4)$$

$$x_{NAb_1}(0) - x_{NAb}(0) = 0 \dots (3.5.7)$$

慣性座標系の相対速度は (3.2.37) で記述できた. 相対速度 (3.2.37) の両辺は (3.5.8) のように積分に書き直すことができる. 積分 (3.5.8) の左辺は, 項別に積分をすると (3.5.9) になる.

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAbx}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$\int_0^t (v_{NAb_1}(0) - v_{NAbx}(0)) dt = \int_0^t (-u) dt \dots (3.5.8)$$

$$\int_0^t v_{NAb_1}(0) dt - \int_0^t v_{NAbx}(0) dt = -u \cdot t \dots (3.5.9)$$

位置ベクトルの微分の x 軸成分 (3.5.6) を使用して, 積分 (3.5.9) を書き直す. 絶対空間を等速度運動している慣性座標系 S_1 上の質点の位置ベクトルに (3.2.71) および (3.2.72) を仮定した.

$$dx_{NAb_1}(t) = v_{NAb_1}(0) \cdot dt \dots (3.5.6)$$

$$x_{NAb_1t} = x_{NAb_1}(t) \dots (3.2.71)$$

$$x_{NAb_10} = x_{NAb_1}(0) \dots (3.2.72) \text{ 時点が零での慣性座標系 } S_1 \text{ の原点の慣性座標系 S 上の位置}$$

位置ベクトルの微分の x 軸成分 (3.5.3) を使用して, 積分 (3.5.9) を書き直す. 絶対空間に静止している慣性座

標系 S 上の質点の位置ベクトルに (3.2.63) および (3.2.64) を仮定した.

$$dx_{NAb}(t) = v_{NAbx}(0) \cdot dt \cdots (3.5.3)$$

$$x_{NAbr} = x_{NAb}(t) \cdots (3.2.63)$$

$x_{NAbo} = x_{NAb}(0) \cdots (3.2.64)$ 時点が零での慣性座標系 S の原点の慣性座標系 S_1 上の位置

(3.5.3) および (3.5.6) を使用すると, 積分 (3.5.9) は (3.5.10) になる. 積分 (3.5.10) の左辺は, (3.5.11) になる. (3.2.71) および (3.2.72) は (3.5.11) の左辺の第 1 項の括弧内に代入する. (3.2.63) および (3.2.64) は (3.5.11) の左辺の第 2 項の括弧内に代入する. これらの代入で, (3.5.11) は (3.5.12) になる.

$$\int_{x_{NAbo}}^{x_{NAbr}} dx_{NAbr} - \int_{x_{NAbo}}^{x_{NAbr}} dx_{NAb} = -u \cdot t \cdots (3.5.10)$$

$$(x_{NAbr} - x_{NAbo}) - (x_{NAbr} - x_{NAbo}) = -u \cdot t \cdots (3.5.11)$$

$$(x_{NAbr}(t) - x_{NAbo}(0)) - (x_{NAbr}(t) - x_{NAbo}(0)) = -u \cdot t \cdots (3.5.12)$$

(3.5.12) の左辺は, (3.5.13) のように整理できる. (3.5.7) の右辺を (3.5.13) の左辺の第 2 項の括弧内に代入すると (3.5.14) になる. (3.5.15) の左辺の第 2 項を右辺に移項すると (3.5.15) になる.

$$(x_{NAbr}(t) - x_{NAbo}(0)) - (x_{NAbr}(0) - x_{NAbo}(0)) = -u \cdot t \cdots (3.5.13)$$

$$x_{NAbr}(0) - x_{NAbo}(0) = 0 \cdots (3.5.7)$$

$$x_{NAbr}(t) - x_{NAbo}(t) = -u \cdot t \cdots (3.5.14)$$

$$x_{NAbr}(t) = x_{NAbo}(t) - u \cdot t \cdots (3.5.15)$$

(3.5.15) は絶対空間を等速度運動する質点の位置ベクトルを記述している. (3.5.15) の左辺は, 絶対空間を等速度運動している慣性座標系 S_1 上の質点の位置ベクトルの x 軸成分である. (3.5.15) の右辺の第 1 項は, 絶対空間に静止している慣性座標系 S 上の質点の位置ベクトルの x 軸成分である. ひとつの質点の 2 つの慣性座標系上の位置ベクトルの x 軸成分は, (3.5.15) のように, 相対速度 (3.2.37) で位置の変換を記述できる.

$$v_{NAbr}(0) - v_{NAbo}(0) = -u \cdots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

上述では, 絶対空間上で等速度運動している質点の速度ベクトルおよび位置ベクトルの導出を考察した. その座標には, 慣性座標系を仮定した. 慣性座標系 S は絶対空間上に静止していることを仮定した. 慣性座標系 S_1 は絶対空間上で等速度運動していることを仮定した. 相対速度 (3.2.37) の考察では, 慣性座標系 S は慣性座標系 S_1 上を等速度運動している. さらに, 慣性座標系 S_1 は, 慣性座標系 S 上を等速度運動している. この相対速度の場合では, 慣性座標系 S の速度は慣性座標系 S_1 の成分で記述する. そして, 慣性座標系 S_1 の速度は慣性座標系 S の成分で記述する. 慣性座標系は慣性の法則を満足する座標系である.

絶対空間上で等速度運動している質点の 2 つの慣性座標系上での等速度が (3.2.25) および (3.2.31) で記述できた. それらの 2 つの等速度で記述する相対速度は (3.2.37) で記述できることを仮定した. そのような 2 つの慣性座標系上での位置ベクトルの x 軸上の成分は (3.5.15) の変換式で変換できる.

$$v_{NAbr}(t) = v_{NAbr}(0), (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.25) \text{ 慣性座標系 S 上の質点の絶対速度が等速度である.}$$

$$v_{NAbr}(t) = v_{NAbr}(0), (a_{NAbr} = 0) \cdots (3.2.31) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ 上の質点の相対速度が等速度である.}$$

$$v_{NAbr}(0) - v_{NAbo}(0) = -u \cdots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$x_{NAq}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \cdots (3.5.15)$$

(3.5.15) の右辺の第2項には、慣性座標系の速さで記述した相対速度を記述している。相対速度 (3.2.37) は、質点が加速度運動していても同様に記述できた。

$$u \geq 0 \cdots (3.2.36) \text{ 慣性座標系の等速度の速さ}$$

慣性座標系 S 上での質点の絶対速度では (3.2.20) を導出できた。慣性座標系 S₁ 上での質点の相対速度では (3.2.29) を導出できた。絶対速度 (3.2.20) および相対速度 (3.2.29) の右辺は絶対加速度で記述されており等しい。

$$v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) = a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.20)$$

$$v_{NAqx}(t) - v_{NAqx}(0) = a_{NAbx} \cdot t \cdots (3.2.29)$$

相対速度 (3.2.29) の右辺に絶対速度 (3.2.20) の左辺を代入すると、(3.2.40) になった。(3.2.40) は時点について整理すると、(3.2.41) である。

$$v_{NAqx}(t) - v_{NAqx}(0) = v_{NAbx}(t) - v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.40)$$

$$v_{NAqx}(t) - v_{NAbx}(t) = v_{NAqx}(0) - v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.41)$$

(3.2.41) の右辺は、相対速度 (3.2.37) の左辺に等しい。相対速度 (3.2.37) の右辺を (3.2.41) に右辺に代入すると、(3.2.42) になった。

$$v_{NAqx}(0) - v_{NAbx}(0) = -u \cdots (3.2.37) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$v_{NAqx}(t) - v_{NAbx}(t) = -u \cdots (3.2.42) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

質点の相対運動の (3.3.5) の右辺に (3.2.37) の右辺を代入する。加速度運動している質点の位置ベクトルの x 軸成分の変換式は (3.3.15) になる。質点の位置ベクトルの x 軸成分の変換式 (3.3.15) は、等速度運動している質点の位置ベクトルの x 軸成分の変換式 (3.5.15) に等しい。

$$x_{NAq}(t) - x_{NAb}(t) = (v_{NAqx}(0) - v_{NAbx}(0)) \cdot t \cdots (3.3.5) \text{ 質点の相対運動 (relative motion)}$$

$$x_{NAq}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \cdots (3.3.15)$$

$$x_{NAq}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \cdots (3.5.15)$$

位置の変換式 (3.3.15) は、慣性座標系上の位置の変換である。相対速度 (3.2.37) は、質点が慣性座標系上に静止していても成立する。この意味では、質点は相対速度の速さ (3.2.36) で互いの慣性座標系上を等速度運動している。このことは、(3.2.47) および (3.2.51) でも記述した。

$$u \geq 0 \cdots (3.2.36) \text{ 慣性座標系の等速度の速さ}$$

$$u = v_{NAbx}(0) \cdots (3.2.47)$$

$$u = v_{NAqx}(0) \cdots (3.2.51)$$

時点が零のときに、2つの慣性座標系の原点は一致していることを仮定した。2つの慣性座標系の x 軸は、ひとつの直線上に仮定した。質点の位置ベクトルの x 軸成分の変換式 (3.3.15) である。y 軸および z 軸方向には慣性座標系が移動しないものと仮定した。このことで、2つの慣性座標系の y 軸および z 軸のそれぞれの成分は等しいものと扱い (3.5.16) および (3.5.17) を仮定する。

$$x_{NAq}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \cdots (3.3.15)$$

$$y_{NAq}(t) = y_{NAb}(t) \cdots (3.5.16)$$

$$z_{NAq}(t) = z_{NAb}(t) \cdots (3.5.17)$$

位置ベクトルの x 軸成分の変換式 (3.3.15) の両辺を時点について微分すると, (3.3.23) である. 位置ベクトルの y 軸成分の変換式 (3.5.16) の両辺を時点について微分すると, (3.5.18) である. 位置ベクトルの z 軸成分の変換式 (3.5.17) の両辺を時点について微分すると, (3.5.19) である. 慣性座標系が y 軸および z 軸方向には移動していないので, 絶対空間上に静止している慣性座標系上での観測に等しい. この意味では, 質点の速度ベクトルの y 軸成分 (3.5.18) および z 軸成分 (3.5.9) は絶対速度になる.

$$\frac{dx_{NAb_1}(t)}{dt} = \frac{dx_{NAb}(t)}{dt} - u \dots (3.3.23) \text{ 相対速度 (relative velocity)}$$

$$\frac{dy_{NAb_1}(t)}{dt} = \frac{dy_{NAb}(t)}{dt} \dots (3.5.18) \text{ 絶対速度}$$

$$\frac{dz_{NAb_1}(t)}{dt} = \frac{dz_{NAb}(t)}{dt} \dots (3.5.19) \text{ 絶対速度}$$

相対速度である速度ベクトルの x 軸成分 (3.3.23) の両辺を時点について微分すると, 絶対加速度の x 軸成分 (3.5.20) になる. 絶対速度である速度ベクトルの y 軸成分 (3.5.18) の両辺を時点について微分すると, 絶対加速度の y 軸成分 (3.5.21) になる. 絶対速度である速度ベクトルの z 軸成分 (3.5.19) の両辺を時点について微分すると, 絶対加速度の z 軸成分 (3.5.22) になる.

$$\frac{d^2x_{NAb_1}(t)}{dt^2} = \frac{d^2x_{NAb}(t)}{dt^2} \dots (3.5.20) \text{ 絶対加速度 (the absolute acceleration) の } x \text{ 軸成分}$$

$$\frac{d^2y_{NAb_1}(t)}{dt^2} = \frac{d^2y_{NAb}(t)}{dt^2} \dots (3.5.21) \text{ 絶対加速度 (the absolute acceleration) の } y \text{ 軸成分}$$

$$\frac{d^2z_{NAb_1}(t)}{dt^2} = \frac{d^2z_{NAb}(t)}{dt^2} \dots (3.5.22) \text{ 絶対加速度 (the absolute acceleration) の } z \text{ 軸成分}$$

——ニュートン力学の相対性原理で保証される2つの慣性座標系間の変換式であるガリレイ変換——

ガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) は (3.5.23) ~ (3.5.25) である. (3.5.23) は, x 軸の位置の変換式である. (3.5.24) は, y 軸の位置の変換式である. (3.5.25) は, z 軸の位置の変換式である. (3.5.26) は, 絶対時間での時間の変換式である. ガリレイ変換式 (3.5.23) ~ (3.5.26) では, 時点が零の時に2つの慣性座標系の原点は一致することを仮定する. 2つの慣性座標系の x 軸はひとつの直線上に仮定する.

$$x_1 = x - u \cdot t \dots (3.5.23) \text{ } x \text{ 軸の位置の変換}$$

$$y_1 = y \dots (3.5.24) \text{ } y \text{ 軸の位置の変換}$$

$$z_1 = z \dots (3.5.25) \text{ } z \text{ 軸の位置の変換}$$

$$t_1 = t \dots (3.5.26) \text{ 時間軸の時点の変換}$$

(3.5.27) の左辺は相対速度である. (3.5.27) の右辺の第1項は, 一般には絶対速度である. (3.5.27) の右辺の第2項は, 相対速度である. (3.5.27) の右辺の第1項は, 絶対空間上に静止している慣性座標系を仮定している場合で絶対速度であるものと扱うことができる. y 軸成分の速度の変換 (3.5.28) は絶対速度の変換である. z 軸成分の速度の変換 (3.5.29) は絶対速度の変換である. (3.5.27) の左辺の分母の絶対時間の微分の変換式は (3.5.30) である. (3.5.28) および (3.5.29) の右辺には, (3.5.27) のように慣性座標系の速さ (3.2.36) が記述

されていない。このことで、(3.5.28) および (3.5.29) は相対速度の記述にはならない。

$$\frac{dx_1}{dt_1} = \frac{dx}{dt} - u \frac{m}{s} \dots (3.5.27) \text{ x 軸成分の速度の変換}$$

$$\frac{dy_1}{dt_1} = \frac{dy}{dt} \frac{m}{s} \dots (3.5.28) \text{ y 軸成分の速度の変換}$$

$$\frac{dz_1}{dt_1} = \frac{dz}{dt} \frac{m}{s} \dots (3.5.29) \text{ z 軸成分の速度の変換}$$

$$dt_1 = dt \frac{m}{s} \dots (3.5.30) \text{ 絶対時間の微分}$$

$$u \geq 0 \dots (3.2.36) \text{ 慣性座標系の等速度の速さ}$$

ひとつの質点の加速度 (3.5.31) ~ (3.5.33) は絶対加速度であり、唯一のみである。絶対加速度は、すべての慣性座標系上で等しい加速度である。このことは、ガリレイ変換での説明である。

$$\frac{d^2x_1}{dt_1^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \frac{m}{s^2} \dots (3.5.31) \text{ x 軸成分の加速度の変換}$$

$$\frac{d^2y_1}{dt_1^2} = \frac{d^2y}{dt^2} \frac{m}{s^2} \dots (3.5.32) \text{ y 軸成分の加速度の変換}$$

$$\frac{d^2z_1}{dt_1^2} = \frac{d^2z}{dt^2} \frac{m}{s^2} \dots (3.5.33) \text{ z 軸成分の加速度の変換}$$

——ガリレイ変換式の不変量について——

ガリレイ変換での不変量である絶対加速度 (the absolute acceleration) である。ニュートンの運動方程式 (3.1) を記述するのに慣性質量 (3.3) を使用する。その慣性質量 (inertial mass) (3.5.34) は定数であることを仮定しているため、ガリレイ変換で変化しない。これらの不変の慣性質量および絶対加速度では、ニュートンの運動方程式 (Newtonian equation of motion) がすべての慣性座標系で不変である。このことで、絶対時間 (absolute time) を仮定した絶対空間 (absolute space) 上で質点に作用する合力 (3.1) はすべての慣性座標系で不変である。この意味では、ニュートン力学の慣性座標系では質点に作用する合力は絶対となる物理量のひとつである。

$$\mathbf{f} = m_{\text{in_Newton}} \mathbf{a}, (m_{\text{in_Newton}} = \text{const.}) \dots (3.1) \text{ ニュートンの運動方程式 (Newtonian equation of motion)}$$

$$m_{\text{in_Newton}} = \frac{|\mathbf{f}|}{|\mathbf{a}|}, (m_{\text{in_Newton}} \neq 0, |\mathbf{a}| \neq 0) \dots (3.3) \text{ 慣性質量 (inertial mass)}$$

$$m_{\text{in_Newton}} = \text{const.} \dots (3.5.34) \text{ ニュートン力学の慣性質量 (inertial mass)}$$

——ローレンツ変換式がガリレイ変換式に近似する場合——

ガリレイ変換式では、絶対時間 (absolute time) を仮定した絶対空間 (absolute space) を使用しており真空中の光の速さ (2.12) を説明できない——3章4節で説明した。——。ニュートン力学のガリレイ変換を使用する慣性座標系では、マクスウェルの方程式系 (Maxwell's equations) (2.20) ~ (2.23) の電磁場を変換できない。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (2.20) \text{ガウスの法則 (Gauss'law)}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots (2.21) \text{(無磁荷)}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (2.22) \text{マクスウェルが修正したアンペールの法則 (Ampère's law)}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots (2.23) \text{ファラデーの法則 (Faraday's law)}$$

マクスウェルの方程式系 (2.20) ~ (2.23) の電磁場を変換できる慣性座標系は特殊相対性論のものである。ローレンツ変換式 (Lorentz transformation equations) (2.1.48) ~ (2.1.51) は、特殊相対性理論で使用する慣性座標系に採用している変換式である。ローレンツ変換については2章1節で説明した。

$$x_1 = \gamma \cdot (x - u \cdot t) \dots (2.1.48) \text{慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の値}$$

$$y_1 = y \dots (2.1.49) \text{慣性座標系 } S_1 \text{ の } y_1 \text{ 軸の値}$$

$$z_1 = z \dots (2.1.50) \text{慣性座標系 } S_1 \text{ の } z_1 \text{ 軸の値}$$

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right) \dots (2.1.51) \text{慣性座標系 } S_1 \text{ の時間軸 } t_1 \text{ の値}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \dots (2.1.52) \text{係数 (coefficient)}$$

ローレンツ変換式 (Lorentz transformation equations) (2.1.48) ~ (2.1.51) は、慣性座標系の速さが真空中の光の速さに比較して十分に遅い場合にガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) に近似する。係数 (2.1.52) に (3.5.35) が成立する場合には、(3.5.36) が成立する。(3.5.36) では、ローレンツ変換の位置の x 軸成分の変換がガリレイ変換の位置の x 軸成分の変換 (3.5.23) に近似している。(3.5.35) が成立すると、一般に (3.5.37) を仮定できる。(3.5.37) はガリレイ変換の絶対時間の変換式 (3.5.26) に近似している。

$$\gamma \approx 1 \dots (3.5.35)$$

$$x_1 \approx x - u \cdot t \dots (3.5.36)$$

$$x_1 = x - u \cdot t \dots (3.5.23) \text{ } x \text{ 軸の位置の変換}$$

$$t_1 \approx t \dots (3.5.37)$$

$$t_1 = t \dots (3.5.26) \text{時間軸の時点の変換}$$

アインシュタインの特殊相対性理論では、質点の速さは真空中の光の速さを超えないものと扱われる。このことで、運動の第3法則である作用・反作用の法則が成立しなくなる。ここで、真空中の光の速さに (3.5.38) を仮定すると (3.5.36) および (3.5.37) が成立し、ローレンツ変換がガリレイ変換に近似する。(3.5.38) では、作用・反作用の法則が成立するものと扱える。

$$c \rightarrow \infty \dots (3.5.38)$$

特殊相対性理論の静止質量は、著者が体系を与える特殊相対性理論では (2.1.67) で定義した。ニュートンの運動方程式 (3.1) の慣性質量 (inertial mass) は (3.5.34) で定数である。ニュートンの運動方程式の慣性質量 (3.5.34) および静止質量 (2.1.67) が (3.5.39) を満足する場合には、特殊相対性理論の慣性座標系上でニュートン力学 (Newtonian mechanics) の運動方程式の計算を近似で使用できることを「理論物理学での波の関数7」で説明

をしている。

$$m_0 \equiv m(v) \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, (0 \leq v < c) \dots (2.1.67) \text{ 静止質量の定義}$$

$$\mathbf{f} = m_{\text{in_Newton}} \cdot \mathbf{a}, (m_{\text{in_Newton}} = \text{const.}) \dots (3.1) \text{ ニュートンの運動方程式 (Newtonian equation of motion)}$$

$$m_{\text{in_Newton}} = \text{const.} \dots (3.5.34) \text{ ニュートン力学の慣性質量 (inertial mass)}$$

$$\frac{(m_{\text{in_Newton}})^2 + (m_0)^2}{2} \approx m_{\text{in_Newton}} \cdot m_0 \dots (3.5.39)$$

4 あとがき

本書では、絶対空間および絶対時間を使用した絶対速度について考察した。昔の理論物理学の指導とは異なり、絶対空間を採用する説明は減っているものと著者は感じる。このことでは、絶対速度も使用しないで説明する様でもある。このような指導はアインシュタイン先生の特殊相対性理論および一般相対性理論の影響も有るものと2018年現在の著者は想像する。特殊相対性理論および一般相対性理論では、絶対空間および絶対時間を否定できる。1881年から始まったとするマイケルソン先生の実験ではエーテルは観測できなかった。これでは、慣性座標系として仮定した環境で真空中の光の速さは定数であったことが報告されている。絶対空間は発見できずにニュー力学の理論物理学で使っているものである。このことは、ニュートンの3つの運動の法則を使用できることにメリットがある。しかし、この恩恵に対して電磁気学の電磁場を扱えなくなる。特に、真空中の光の速さがすべての慣性座標系で定数であることが扱えないことでは2つの慣性座標系間で電磁場の変換ができない。この意味では、マクスウェルの方程式系の真空中の光の速さを扱える慣性座標系が定まらない。このように未発見である絶対空間を理論物理学で学ぶ機会が減る理由になるものと考えられる。アインシュタイン先生の特殊相対性理論の慣性座標系上では、ガリレイ変換は近似値で扱える。このことでは、慣性座標系上での速度はすべて相対速度であるものと扱える。この意味では、絶対空間および絶対速度は使わないで済む言葉とも考えることができる。しかし、著者が拝見させていただいた専門書では慣性座標系および加速度座標系が特殊相対性理論および一般相対性理論のもので説明ではない。絶対空間および絶対速度の言葉は使わずに、ニュートン力学を指導しているものと読める。2018年現在の著者が考える基礎物理学の体系では、最初から特殊相対性理論の慣性座標系を使用した説明を考える。その慣性座標系上で、一般相対性理論の加速度座標系を使用する。ニュートン力学は、その近似値であるものと展開する。ニュートンの先生の時代よりも前から重力のみの自由落下加速度は定数であることが経験的に知られているものとの報告がある。このことで、ニュートン力学の説明では、その経験的な事柄をニュートン力学に導入したものと扱える。このような経験則は、一般相対性理論の等価原理で説明できる。このことで、ニュートンの万有引力の法則よりも厳密な重力理論を扱える。

特殊相対性理論の慣性座標系での説明から始める基礎物理学では、電磁力を説明できる。ニュートンの万有引力の法則は、その慣性座標系上での近似値で導出することを仮定できる。このような考えでは、加速度座標系は直接には扱わずに済む。より厳密な説明では、一般相対性理論の加速度座標系上での近似値であるニュートンの万有引力の法則であるものと説明する。このことで、慣性座標系上に加速度座標系も仮定でき重力も扱えるようになる。電磁力および重力は、日常的に我々が観察するのに感じ取れる力である。このことでは、速度の相対性および加速度の相対性を説明できる速度および加速度を扱える。このことは、ニュートン力学の絶対速度および絶対加速度を使用しないで済む。さらに、エネルギーの保存則および質量の保存則がひとつになる慣性質量およびエネルギーの等価性を扱える。このことで、物質の2重性を説明できる。

エネルギーは、太陽に蓄えられていることを頼りにすることもある。太陽内部で生じている現象にならってエネルギ

一の変換する技術を考える。このような技術では、水素原子について考えることもある。このことは、電磁場のエネルギーを基礎的には扱うようである。しかし、地球上でも宇宙空間でも重力の作用で説明する周期的な運動を含めて太陽からの恩恵は重力を考慮できる。慣性質量はエネルギーとの等価性を示すことが特殊相対性理論で導出できた。質量を扱うには、電磁力および重力を記述することは容易に説明できる。このような重要な現象の説明では、絶対空間、絶対時間および絶対速度は不要になってくる。理論物理学の厳密性を犠牲にしてしまう。経験的に発見されている法則の恩恵を減らすものと懸念できる。これらのことには、近似値とすることでニュートン力学の恩恵を残しより厳密な理論物理学の体系の発展を2018年現在の著者は考える。

付録

i. 位置の相対性および時間の相対性^{10) 12)}

時間の変化率 (2.1.29) を導出するのに、図 2.1.2 および図 2.1.3 を使用した。図 2.1.2 および図 2.1.3 では、慣性座標系 S の x 軸上の位置は指定していない。慣性座標系 S の x 軸上の位置を指定して、時間の相対性について考察する。このことでは、ローレンツ変換 (2.1.48) ~ (2.1.51) の時点の変換式 (2.1.51) の理解に関する。

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.29)$$

$$x_1 = \gamma \cdot (x - u \cdot t) \dots (2.1.48) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } x_1 \text{ 軸の値}$$

$$y_1 = y \dots (2.1.49) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } y_1 \text{ 軸の値}$$

$$z_1 = z \dots (2.1.50) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の } z_1 \text{ 軸の値}$$

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right) \dots (2.1.51) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の時間軸 } t_1 \text{ の値}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \dots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

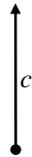


図 2.1.2 慣性座標系 S_1 上の真空中の光の速さ

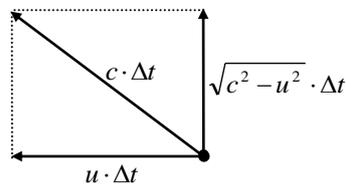


図 2.1.3 慣性座標系 S_1 上で観測する慣性座標系 S の真空中の光の速さ

慣性座標系 S の時間軸上の時間は (2.1.17) で記述した。慣性座標系 S の x 軸上の原点からの距離を時間 (2.1.17) の右辺の第 2 項の時点を使用して (a.1.1) で指定できる。慣性座標系 S の x 軸上の原点からの距離を時間 (2.1.17) の右辺の第 1 項の時点を使用して (a.1.2) で指定できる。

$$\Delta t = t_a - t \dots (2.1.17)$$

$$x_t = u \cdot t \dots (a.1.1)$$

$$x_{t_a} = u \cdot t_a \dots (a.1.2)$$

時間 (2.1.17) に慣性座標系 S の x 軸上を移動した距離は (2.1.18) で記述した——図 2.1.3 に示した。—— (2.1.18) の右辺は、(a.1.1) および (a.1.2) を使用して (a.1.3) の右辺で記述できる。移動距離 (a.1.3) は時間 (2.1.17) を使用すると (a.1.4) になる。

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t), (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (2.1.18)$$

$$\Delta x = u \cdot t_a - u \cdot t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (a.1.3)$$

$$\Delta x = u \cdot \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \dots (a.1.4)$$

慣性座標系 S 上の 2 つの時点を決める。ひとつは時点 (a.1.5) である。もうひとつは、時点 (a.1.6) である。

時点 (a.1.5) は時点 (a.1.6) よりも小さいことを (a.1.7) で仮定する.

$$t = t_{S_{01}} \cdots (a.1.5)$$

$$t = t_{S_{02}} \cdots (a.1.6)$$

$$t_{S_{02}} > t_{S_{01}} \cdots (a.1.7)$$

時点 (a.1.5) を (a.1.1) の右辺に代入すると x 軸上の点 (a.1.8) になる. 時点 (a.1.6) を (a.1.1) の右辺に代入すると x 軸上の点 (a.1.9) になる. 慣性座標系 S の x 軸上の点 (a.1.8) は x 軸上の点 (a.1.9) よりも小さいことを (a.1.10) で記述できる.

$$x_{t_{S_{01}}} = u \cdot t_{S_{01}} \cdots (a.1.8)$$

$$x_{t_{S_{02}}} = u \cdot t_{S_{02}} \cdots (a.1.9)$$

$$x_{t_{S_{02}}} > x_{t_{S_{01}}} \cdots (a.1.10)$$

慣性座標系 S 上の時点 (a.1.11) を仮定する. 慣性座標系 S の x 軸上の点 (a.1.2) の右辺に (a.1.11) を代入すると, (a.1.12) になる.

$$t_a = t_{S_a} \cdots (a.1.11)$$

$$x_{t_a} = u \cdot t_a \cdots (a.1.2)$$

$$x_{t_{S_a}} = u \cdot t_{S_a} \cdots (a.1.12)$$

時間 (2.1.17) の右辺の第 1 項に (a.1.11) を代入し, 右辺の第 2 項に (a.1.5) を代入する. 時間 (2.1.17) の右辺の第 1 項に (a.1.11) を代入し, 右辺の第 2 項に (a.1.6) を代入する.

$$\Delta t = t_a - t \cdots (2.1.17)$$

$$\Delta t_{S_{01}} = t_{S_a} - t_{S_{01}} \cdots (a.1.13)$$

$$\Delta t_{S_{02}} = t_{S_a} - t_{S_{02}} \cdots (a.1.14)$$

慣性座標系 S 上の時間 (a.1.13) は, 慣性座標系 S の時間軸上の時点 (a.1.15) に書き直すことができる. 慣性座標系 S 上の時間 (a.1.14) は, 慣性座標系 S の時間軸上の時点 (a.1.16) に書き直すことができる.

$$t_{S_{01}} = t_{S_a} - \Delta t_{S_{01}} \cdots (a.1.15)$$

$$t_{S_{02}} = t_{S_a} - \Delta t_{S_{02}} \cdots (a.1.16)$$

慣性座標系 S の時間軸上の時点の不等式 (a.1.7) の両辺に, (a.1.15) および (a.1.16) を代入すると (a.1.17) になる. 不等式 (a.1.17) の両辺を整理すると, (a.1.18) になる. (a.1.18) は, 慣性座標系 S 上の時間の不等式 (a.1.19) になる.

$$t_{S_{02}} > t_{S_{01}} \cdots (a.1.7)$$

$$t_{S_a} - \Delta t_{S_{02}} > t_{S_a} - \Delta t_{S_{01}} \cdots (a.1.17)$$

$$-\Delta t_{S_{02}} > -\Delta t_{S_{01}} \cdots (a.1.18)$$

$$\Delta t_{S_{01}} > \Delta t_{S_{02}} \cdots (a.1.19)$$

慣性座標系 S 上の真空中の光の移動距離 (a.1.4) の右辺に慣性座標系 S 上の時間 (a.1.13) を代入すると, (a.1.20) になる. 慣性座標系 S 上の真空中の光の移動距離 (a.1.4) の右辺に慣性座標系 S 上の時間 (a.1.14) を代入すると, (a.1.21) になる. 慣性座標系 S 上の時間の不等式 (a.1.19) を使用すると, 真空中の光の移動距離の不等式 (a.1.22) になる.

$$\Delta x = u \cdot \Delta t, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.4)$$

$$\Delta x_{S_{01}} = u \cdot \Delta t_{S_{01}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.20)$$

$$\Delta x_{S_{02}} = u \cdot \Delta t_{S_{02}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.21)$$

$$\Delta x_{S_{-01}} > \Delta x_{S_{-02}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.22)$$

2つの慣性座標系間の時間の変化率 (2.1.29) を使用する. 慣性座標系 S の時間軸上の時点 (a.1.5) に対する時間 (a.1.13) を (2.1.29) の分母に代入する. 分子には慣性座標系 S₁ 上の時間 (a.1.23) を代入する. これらの代入で, 時間の変化率 (2.1.29) は (a.1.24) になる.

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (2.1.29)$$

$$t = t_{S_{-01}} \cdots (a.1.5)$$

$$\Delta t_{S_{-01}} = t_{S_{-a}} - t_{S_{-01}} \cdots (a.1.13)$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_{S_{1-1}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.23)$$

$$\frac{\Delta t_{S_{1-1}}}{\Delta t_{S_{-01}}} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.24)$$

同様に, 2つの慣性座標系間の時間の変化率 (2.1.29) を使用する. 慣性座標系 S の時間軸上の時点 (a.1.6) に対する時間 (a.1.14) を (2.1.29) の分母に代入する. 分子には慣性座標系 S₁ 上の時間 (a.1.25) を代入する. これらの代入で, 時間の変化率 (2.1.29) は (a.1.26) になる.

$$t = t_{S_{-02}} \cdots (a.1.6)$$

$$\Delta t_{S_{-02}} = t_{S_{-a}} - t_{S_{-02}} \cdots (a.1.14)$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_{S_{1-2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.25)$$

$$\frac{\Delta t_{S_{1-2}}}{\Delta t_{S_{-02}}} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.26)$$

2つの慣性座標系間の時間の変化率 (a.1.24) は慣性座標系 S 上の時間 (a.1.27) に書き直すことができる. 2つの慣性座標系間の時間の変化率 (a.1.26) は慣性座標系 S 上の時間 (a.1.28) に書き直すことができる.

$$\Delta t_{S_{-01}} = \frac{\Delta t_{S_{1-1}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.27)$$

$$\Delta t_{S_{-02}} = \frac{\Delta t_{S_{1-2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.28)$$

慣性座標系 S 上の時間の不等式 (a.1.19) の両辺に (a.1.27) および (a.1.28) を代入すると, 慣性座標系 S₁ 上の時間の不等式 (a.1.30) になる. 慣性座標系 S 上での慣性座標系 S₁ の移動時間 (a.1.6) が長い x 軸上の位置 (a.1.9) で観測する時間 (a.1.14) に相対する慣性座標系 S₁ 上の時間 (a.1.31) が, 時間 (a.1.13) に相対する時間 (a.1.32) より短くなる.

$$\Delta t_{S_{-01}} > \Delta t_{S_{-02}} \cdots (a.1.19)$$

$$\frac{\Delta t_{S_{1-1}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > \frac{\Delta t_{S_{1-2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdots (a.1.29)$$

$$\Delta t_{S_{1-1}} > \Delta t_{S_{1-2}} \cdots (a.1.30)$$

$$t = t_{S_{-02}} \cdots (a.1.6)$$

$$x_{t_{S_{-02}}} = u \cdot t_{S_{-02}} \cdots (a.1.9)$$

$$\Delta t_{S_{-02}} = t_{S_{-a}} - t_{S_{-02}} \cdots (a.1.14)$$

$$\Delta t_{S_{1-2}} = \Delta t_{S_{-02}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.31)$$

$$\Delta t_{S_{1-1}} = \Delta t_{S_{-01}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.32)$$

慣性座標系 S 上での慣性座標系 S₁ の移動時間 (a.1.5) が短い x 軸上の位置 (a.1.8) で観測する時間 (a.1.13) に相対する慣性座標系 S₁ 上の時間 (a.1.32) が、時間 (a.1.14) に相対する時間 (a.1.31) より長くなる。(a.1.5) および (a.1.6) は、慣性座標系 S 上の時間を観測する始点となる時点である。その始点となる時点の大きさは (a.1.7) で仮定した。

$$t = t_{S_{-01}} \cdots (a.1.5)$$

$$x_{t_{S_{-01}}} = u \cdot t_{S_{-01}} \cdots (a.1.8)$$

$$\Delta t_{S_{-01}} = t_{S_{-a}} - t_{S_{-01}} \cdots (a.1.13)$$

$$t_{S_{-02}} > t_{S_{-01}} \cdots (a.1.7)$$

その始点となる時点で指定できる慣性座標系 S の x 軸上の位置に相対する慣性座標系 S₁ 上の座標を仮定できる。(a.1.8) および (a.1.9) で慣性座標系 S の x 軸上の位置を指定している。その指定した位置に慣性座標系 S₁ の座標を仮定できる。慣性座標系 S の x 軸上の位置は、不等式 (a.1.10) のように (a.1.9) の方が (a.1.8) よりも原点から遠い距離にある。

$$x_{t_{S_{-02}}} > x_{t_{S_{-01}}} \cdots (a.1.10)$$

慣性座標系 S の x 軸上の慣性座標系 S₁ が移動した距離を示す不等式 (a.1.10) とは逆に慣性座標系 S の x 軸上を真空中の光が等速度運動した距離は不等式 (a.1.16) のようになる。慣性座標系 S₁ 上の時間は不等式 (a.1.30) になる。慣性座標系 S 上の時間は不等式 (a.1.19) になる。

$$\Delta x_{S_{-01}} > \Delta x_{S_{-02}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.16)$$

$$\Delta t_{S_{1-1}} > \Delta t_{S_{1-2}} \cdots (a.1.30)$$

$$\Delta t_{S_{-01}} > \Delta t_{S_{-02}} \cdots (a.1.19)$$

ローレンツ変換の時点の変換式 (2.1.51) を使用することで、(a.1.31) および (a.1.32) を導出する。(a.1.31) および (a.1.32) では、不等式 (a.1.10) を仮定した。

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right) \cdots (2.1.51) \text{ 慣性座標系 } S_1 \text{ の時間軸 } t_1 \text{ の値}$$

$$\Delta t_{S_{1-2}} = \Delta t_{S_{-02}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.31)$$

$$\Delta t_{S_{1-1}} = \Delta t_{S_{-01}} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.32)$$

$$x_{t_{S_{-02}}} > x_{t_{S_{-01}}} \cdots (a.1.10)$$

不等式 (a.1.10) の右辺は (a.1.8) である。(a.1.8) および (2.1.51) を使用すると、(a.1.33) を記述できる。さらに、(a.1.33) の右辺に (a.1.8) の右辺を代入すると (a.1.34) になる。

$$x_{t_{S_{-01}}} = u \cdot t_{S_{-01}} \cdots (a.1.8)$$

$$t_{S1_01} = \gamma \cdot \left(t_{S_01} - \frac{u \cdot x_{t_{S_01}}}{c^2} \right) \dots (a.1.33)$$

$$t_{S1_01} = \gamma \cdot \left(t_{S_01} - \frac{u^2 \cdot t_{S_01}}{c^2} \right) \dots (a.1.34)$$

不等式 (a.1.10) の左辺は (a.1.9) である. (a.1.9) および (2.1.51) を使用すると, (a.1.35) を記述できる. さらに, (a.1.35) の右辺に (a.1.9) の右辺を代入すると (a.1.36) になる.

$$x_{t_{S_02}} = u \cdot t_{S_02} \dots (a.1.9)$$

$$t_{S1_02} = \gamma \cdot \left(t_{S_02} - \frac{u \cdot x_{t_{S_02}}}{c^2} \right) \dots (a.1.35)$$

$$t_{S1_02} = \gamma \cdot \left(t_{S_02} - \frac{u^2 \cdot t_{S_02}}{c^2} \right) \dots (a.1.36)$$

(a.1.12) および (2.1.51) を使用すると, (a.1.37) を記述できる. さらに, (a.1.37) の右辺に (a.1.12) の右辺を代入すると (a.1.38) になる.

$$x_{t_{S_a}} = u \cdot t_{S_a} \dots (a.1.12)$$

$$t_{S1_a} = \gamma \cdot \left(t_{S_a} - \frac{u \cdot x_{t_{S_a}}}{c^2} \right) \dots (a.1.37)$$

$$t_{S1_a} = \gamma \cdot \left(t_{S_a} - \frac{u^2 \cdot t_{S_a}}{c^2} \right) \dots (a.1.38)$$

慣性座標系 S_1 上の時間 (a.1.39) を仮定する. 時間 (a.1.39) の右辺に (a.1.34) および (a.1.38) を代入すると, (a.1.40) を記述できる.

$$\Delta t_{S1_01} = t_{S1_a} - t_{S1_01} \dots (a.1.39)$$

$$t_{S1_01} = \gamma \cdot \left(t_{S_01} - \frac{u^2 \cdot t_{S_01}}{c^2} \right) \dots (a.1.34)$$

$$t_{S1_02} = \gamma \cdot \left(t_{S_02} - \frac{u^2 \cdot t_{S_02}}{c^2} \right) \dots (a.1.36)$$

$$\Delta t_{S1_01} = \gamma \cdot \left(t_{S_a} - \frac{u^2 \cdot t_{S_a}}{c^2} \right) - \gamma \cdot \left(t_{S_01} - \frac{u^2 \cdot t_{S_01}}{c^2} \right) \dots (a.1.40)$$

(a.1.40) の右辺は整理すると, (a.1.41) になる. (a.1.41) の右辺は整理すると, (a.1.42) になる.

$$\Delta t_{S1_01} = \gamma \cdot \left\{ (t_{S_a} - t_{S_01}) - \left(\frac{u^2 \cdot t_{S_a}}{c^2} - \frac{u^2 \cdot t_{S_01}}{c^2} \right) \right\} \dots (a.1.41)$$

$$\Delta t_{S1_01} = \gamma \cdot \left\{ (t_{S_a} - t_{S_01}) - \frac{u^2}{c^2} \cdot (t_{S_a} - t_{S_01}) \right\} \dots (a.1.42)$$

(a.1.42) の右辺は時間 (a.1.13) の右辺で整理すると, (a.1.43) になる. 時間 (a.1.13) の左辺を (a.1.43) に代入すると, (a.1.44) になる.

$$\Delta t_{S1_01} = \gamma \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \cdot (t_{S_a} - t_{S_01}) \dots (a.1.43)$$

$$\Delta t_{S_01} = t_{S_a} - t_{S_01} \dots (a.1.13)$$

$$\Delta t_{S_1-01} = \gamma \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \Delta t_{S-01} \cdots (a.1.44)$$

係数 (2.1.52) を (a.1.44) の右辺に代入すると, (a.1.45) になる. (a.1.45) の右辺は平方根について整理すると, (a.1.46) になる. (a.1.46) は (a.1.32) に一致する.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \cdots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

$$\Delta t_{S_1-01} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \Delta t_{S-01} \cdots (a.1.45)$$

$$\Delta t_{S_1-01} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \Delta t_{S-01} \cdots (a.1.46)$$

$$\Delta t_{S_1-1} = \Delta t_{S-01} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.32)$$

慣性座標系 S_1 上の時間 (a.1.47) を仮定する. 時間 (a.1.47) の右辺に (a.1.36) および (a.1.38) を代入すると, (a.1.48) を記述できる.

$$\Delta t_{S_1-02} = t_{S_1-a} - t_{S_1-02} \cdots (a.1.47)$$

$$t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left(t_{S-02} - \frac{u^2 \cdot t_{S-02}}{c^2} \right) \cdots (a.1.36)$$

$$t_{S_1-a} = \gamma \cdot \left(t_{S-a} - \frac{u^2 \cdot t_{S-a}}{c^2} \right) \cdots (a.1.38)$$

$$\Delta t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left(t_{S-a} - \frac{u^2 \cdot t_{S-a}}{c^2} \right) - \gamma \cdot \left(t_{S-02} - \frac{u^2 \cdot t_{S-02}}{c^2} \right) \cdots (a.1.48)$$

(a.1.48) の右辺は整理すると, (a.1.49) になる. (a.1.49) の右辺は整理すると, (a.1.50) になる.

$$\Delta t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left\{ \left(t_{S-a} - \frac{u^2 \cdot t_{S-a}}{c^2} \right) - \left(t_{S-02} - \frac{u^2 \cdot t_{S-02}}{c^2} \right) \right\} \cdots (a.1.49)$$

$$\Delta t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left\{ (t_{S-a} - t_{S-02}) - \left(\frac{u^2 \cdot t_{S-a}}{c^2} - \frac{u^2 \cdot t_{S-02}}{c^2} \right) \right\} \cdots (a.1.50)$$

(a.1.50) の右辺は時間 (a.1.14) の右辺で整理すると, (a.1.51) になる. (a.1.51) の右辺は時間 (a.1.14) の右辺で整理すると, (a.1.52) になる. 時間 (a.1.14) の左辺を (a.1.52) に代入すると, (a.1.53) になる.

$$\Delta t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left\{ (t_{S-a} - t_{S-02}) - \frac{u^2}{c^2} \cdot (t_{S-a} - t_{S-02}) \right\} \cdots (a.1.51)$$

$$\Delta t_{S_1-02} = \gamma \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot (t_{S-a} - t_{S-02}) \cdots (a.1.52)$$

$$\Delta t_{S-02} = t_{S-a} - t_{S-02} \cdots (a.1.14)$$

$$\Delta t_{s1_02} = \gamma \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \Delta t_{s_02} \cdots (a.1.53)$$

係数 (2.1.52) を (a.1.53) の右辺に代入すると, (a.1.54) になる. (a.1.54) の右辺は平方根について整理すると, (a.1.55) になる. (a.1.55) は (a.1.31) に一致する.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \cdots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

$$\Delta t_{s1_02} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \Delta t_{s_02} \cdots (a.1.54)$$

$$\Delta t_{s1_02} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \Delta t_{s_02} \cdots (a.1.55)$$

$$\Delta t_{s1_2} = \Delta t_{s_02} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, (\Delta t \neq 0, \Delta x \neq 0) \cdots (a.1.31)$$

ii. 特殊相対性理論の時間軸上の質点の持つ全エネルギー^{10) 12)}

アインシュタインの特殊相対性理論では、4次元時空を使用する。その座標には、(2.1.64) および (2.1.65) を使用することは2章1節で説明した。

$$(x, y, z, c \cdot t) \cdots (2.1.64)$$

$$(x_1, y_1, z_1, c \cdot t_1) \cdots (2.1.65)$$

質点の持つ全エネルギーは (2.1.73) で記述できる。4次元時空では質点の持つ全エネルギー (2.1.73) は (2.1.64) の一番右側の成分である時間軸に導出できる。(a.2.1) のように記述できる。

$E = m(v) \cdot c^2 \cdots (2.1.73)$ 慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy)

$$\left(m(v) \cdot \frac{dx(t)}{dt} \cdot c, m(v) \cdot \frac{dy(t)}{dt} \cdot c, m(v) \cdot \frac{dz(t)}{dt} \cdot c, m(v) \cdot c^2 \right), (0 \leq v < c) \cdots (a.2.1)$$

慣性座標系上での質点の運動量は、x軸成分 (a.2.2)、y軸成分 (a.2.3) およびz軸成分 (a.2.4) で記述できる。

(a.2.1) は (a.2.2) ~ (a.2.4) を使用すると、(a.2.5) で記述できる。ベクトル (a.2.5) を真空中の光の速さで割ると運動量ベクトル (a.2.6) になる。

$$p_x = m \cdot v_x \cdots (a.2.2)$$

$$p_y = m \cdot v_y \cdots (a.2.3)$$

$$p_z = m \cdot v_z \cdots (a.2.4)$$

$$(p_x(t) \cdot c, p_y(t) \cdot c, p_z(t) \cdot c, m(v) \cdot c^2), (0 \leq v < c) \cdots (a.2.5)$$

$$(p_x(t), p_y(t), p_z(t), m(v) \cdot c), (0 \leq v < c) \cdots (a.2.6) \text{ 運動量ベクトル}$$

著者が独自に定義した静止質量 (2.1.67) を (a.2.7) に書き直す。(a.2.7) の両辺に真空中の光の速さを掛けると (a.2.8) になる。

$$m_0 \equiv m(v) \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, (0 \leq v \leq c) \cdots (2.1.67) \text{ 静止質量の定義}$$

$$m_0 \cdot c = m(v) \cdot \sqrt{c^2 - v^2}, (0 \leq v \leq c) \cdots (a.2.7)$$

$$m_0 \cdot c \cdot c = m(v) \cdot c \cdot \sqrt{c^2 - v^2}, (0 \leq v \leq c) \cdots (a.2.8)$$

(a.2.8) の両辺を整理すると、(a.2.9) になる。(a.2.9) は質点の持つ静止エネルギーである。

$$m_0 \cdot c^2 = \sqrt{(m(v) \cdot c^2)^2 - (m(v) \cdot c)^2 \cdot v^2}, (0 \leq v \leq c) \cdots (a.2.9)$$

質点の持つ静止エネルギー (a.2.9) の右辺を整理すると、(a.2.10) になる。質点の持つ静止エネルギー (a.2.10) の右辺の平方根内の第1項には質点の持つ全エネルギー (2.1.73) が記述されている。質点の持つ静止エネルギー

(a.2.10) の右辺の平方根内の第2項には質点の運動量が記述されている。質点の持つ静止エネルギー (a.2.10) の右辺の運動量を書き直すと (a.2.11) になる。

$$m_0 \cdot c^2 = \sqrt{E^2 - (m(v) \cdot v)^2 \cdot c^2}, (0 \leq v \leq c) \cdots (a.2.10)$$

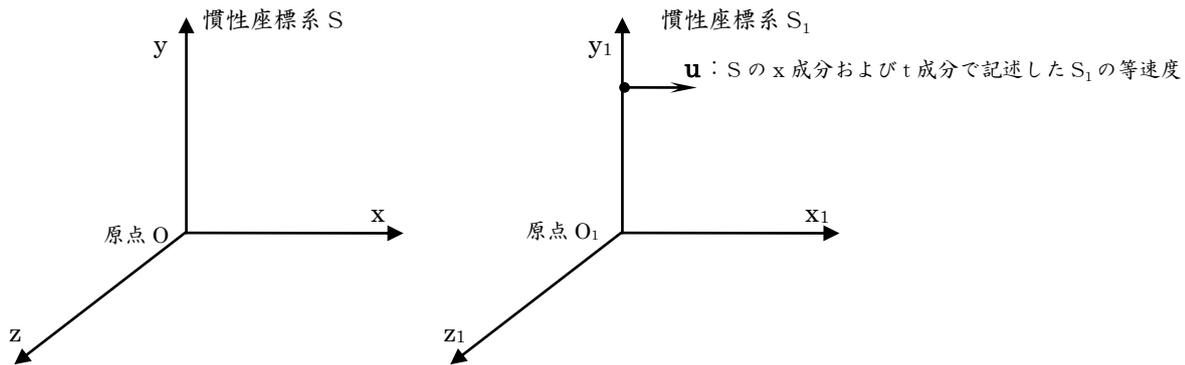
$$m_0 \cdot c^2 = \sqrt{E^2 - p^2 \cdot c^2}, (0 \leq v \leq c) \cdots (a.2.11)$$

iii. 相対速度 (relative velocity), 絶対速度 (the absolute velocity) および速度の相対性^{10) 12) 15)}

絶対空間 (absolute space) に2つの慣性座標系を図 a.5.1 のように仮定している. 時点が零であるときには, 2つの慣性座標系の原点は一致させる. この時点は, 絶対時間 (absolute time) である. 図 3.3.1 のように考えて, (3.3.15) に記述できる. このことは, 3章で説明した. (3.3.15) の微分係数を計算すると, ひとつの質点の速度ベクトルの x 軸成分の変換 (3.4.3) である.

$$x_{NAb_1}(t) = x_{NAb}(t) - u \cdot t \dots (3.3.15)$$

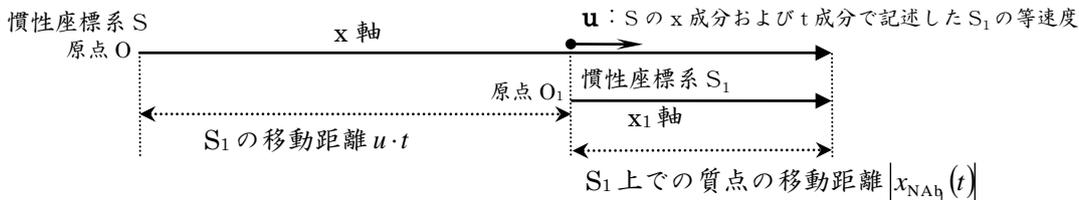
$$v_{NAb_1}(t) = v_{NAb}(t) - u \dots (3.4.3) \text{速度の x 軸成分の変換}$$



絶対空間

絶対空間に2つの慣性座標系を仮定している.

図 a.5.1 絶対空間および慣性座標系



絶対空間

絶対空間に2つの慣性座標系を仮定している.

図 3.3.1 相対運動での慣性座標系の位

慣性座標系の速度の速さは (3.2.36) の u で記述している. 時点が零のときのそれぞれの慣性座標系上での質点の持つ初速度の相対速度の x 軸成分 (3.2.37) で記述しているものと仮定する. 慣性座標系 S で観測した慣性座標系 S_1 の等速度の速さ (3.2.36) である. さらに, 慣性座標系 S_1 で観測した慣性座標系 S の等速度 (3.2.37) である.

$$u \geq 0 \dots (3.2.36) \text{慣性座標系の等速度の速さ}$$

$$v_{NAb_1}(0) - v_{NAb}(0) = -u \dots (3.2.37) \text{相対速度 (relative velocity)}$$

このような説明では, 慣性座標系は絶対空間上で等速直線運動していることを仮定できる. 互いの慣性座標系上

では、等速直線運動をしている慣性座標系である。速度の変換 (3.4.3) では、速さ無限大を許容できる記述である——3章4節で説明した。——。速さが無限大であることで、作用反作用の法則が成立するように物理現象が生じることを仮定できる。絶対空間上で、絶対時間、絶対加速度、慣性の法則および作用反作用の法則を使用できる。絶対空間上に静止した慣性座標系を仮定することなく、相対運動を説明できるものと仮定する。相対速度 (3.2.37) の左辺では、絶対速度に対する相対速度で慣性座標系の速度の速さに負号を付けて記述している。この意味では、絶対空間上に静止した慣性座標系が必要になる。速度の変換式 (3.4.3) では、それぞれの慣性座標系上で観測した速度ベクトルを仮定できる。このような仮定では、慣性座標系の速度は、絶対空間上に静止していない慣性座標系で観測できるものと扱える。そのような慣性座標系上で観測した質点の相対速度として、(3.2.53) および (3.2.54) を扱うこともできる。このように、絶対速度を扱わないで相対速度での速度の変換 (3.4.3) であるものともできる。このような考えは、ニュートン力学の絶対空間および絶対時間では、不正確な解釈である。 $u \geq 0 \dots (3.2.36)$ 慣性座標系の等速度の速さ

$$v_{\text{NAbr}}(t) = v_{\text{NAbr}}(0) + a_{\text{NAbr}} \cdot t \dots (3.2.53) \text{ 慣性座標系 } S \text{ 上の質点の絶対速度}$$

$$v_{\text{NAbr}_i}(t) = v_{\text{NAbr}_i}(0) + a_{\text{NAbr}_i} \cdot t \dots (3.2.54) \text{ 慣性座標系 } S_i \text{ 上の質点の相対速度}$$

一方、アインシュタインの特殊相対性理論のローレンツ変換では、ガリレイ変換は近似式として導出できる。このような近似式としては、絶対空間を考慮することなく相対速度としての速度の変換であるものと (3.4.3) を扱うことができる。このような近似は運動エネルギーに真空中の光の速さ (2.12) と質点の速さとの比較で成立しなくなることが重要である。ニュートン力学では、質量の保存則はエネルギーの保存則とは異なるものとして説明する。特殊相対性理論では、エネルギーの保存則は質量の保存則と共にひとつの慣性質量およびエネルギーの等価性 (2.1.73) で記述できる。慣性質量およびエネルギーの等価性 (2.1.73) の右辺の慣性質量 (2.1.66) は変数である。これは、真空中の光に慣性質量 (a.3.1) を導出できることにもなる。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, (c \neq 0, c > 0) \dots (2.12)$$

$$E = m(v) \cdot c^2 \dots (2.1.73) \text{ 慣性質量およびエネルギーの等価性 (equivalence of mass and energy)}$$

$$m(v), (0 \leq v \leq c) \dots (2.1.66) \text{ 慣性質量}$$

$$m(c) = \frac{E}{c^2} \dots (a.3.1) \text{ 真空中の光の慣性質量}$$

このことでは、ニュートン先生の光の粒子の予言を読んだ記憶がある。アインシュタイン先生の光の粒子の性質の予言は、電磁波のエネルギーの保存則から真空中の光の慣性質量の導出に説明できる。真空中の光の慣性質量は慣性質量およびエネルギーの等価性 (2.1.73) で記述できる。真空中の光の持つ全エネルギー (2.1.73) は、すべて真空中の光の運動エネルギーである。このような慣性質量 (2.1.66) には、アインシュタインの特殊相対性理論で静止質量 (rest mass) を仮定している。真空中の光の静止質量は零である。運動エネルギーで、ニュートン力学とは異なる記述である。この意味では、近似として成立する判断に運動エネルギーを使用できる。このことについては、文献29で説明している。静止質量 (2.1.67) は著者が独自に特殊相対性理論の体系を与える際に定義したものである。

$$m_0 \equiv m(v) \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, (0 \leq v \leq c) \dots (2.1.67) \text{ 静止質量 (rest mass) の定義}$$

1905年に、アインシュタイン (Einstein) 先生が光量子 (light quantum) を仮定した論文を特殊相対性理論とは別に発表したことが報告されている。光量子の仮定での光は、その光のエネルギーが集中して小さな塊として振る舞う。この仮定では、アインシュタイン先生の光量子エネルギー (2.1.15) は電磁波の光の振動数 (2.1.9) で記述できる。光量子エネルギー (2.1.15) の右辺には、プランク定数 (2.1.11) を記述している。光の粒子の持つ全エネルギー (3.4) は光量子 (2.1.15) であるものと仮定する。そのような光の粒子は光子 (photon) と呼んでいる。1923年にはコンプトン (Compton) 先生が「コンプトン効果 (the Compton effect)」と呼ばれる実験 (experiment) で光量子が粒子としての振る舞いを示す光子 (photon) として扱える場合を示したものと報告されている。

$E = h \cdot \nu$ (2.1.15) 光量子エネルギー

ν Hz (2.1.9) 振動数 (frequency)

$h = 6.626070040(81) \times 10^{-34}$ J s (2.1.11) プランク定数

$E = m(c) \cdot c^2$ (3.4)

1887年のマイケルソン-モーリーの実験でエーテル (the ether) の観測を試みたが、エーテルは発見されていないものと報告されている。エーテルが発見されることで絶対空間が観測されるものと考えられていた、この報告がある。このことでは、ニュートン力学では絶対空間を使用しているが観測では発見されていないことで実在を認められていない絶対空間である。エーテル (the ether) の未発見では、特殊相対性理論のローレンツ変換 (Lorentz transformation equations) での近似式としてのガリレイ変換の説明を考えることができる。ニュートン力学で物理学の計算をしても、実際には特殊相対性理論の方での観測に一致するように扱うことを試みる。このような試みでは、慣性座標系間での相対的な速度の観測は速度の変換で説明できる。この意味では、相対の言葉の意味では‘2つ’を意味することで2つの慣性座標系を扱っていることに気づく。このような言葉遣いでは、2つの慣性座標系間での相対速度を仮定できる。ひとつの質点の速度は、2つの慣性座標系上での速度を観測できる。それらの速度は、速度の変換式で変換できる。その変換をする際には、ひとつの慣性座標系から観測した他方の慣性座標系の速度を説明できる。(2.1.81) ~ (2.1.83) は、特殊相対性理論での相対論的速度の変換 (the relativistic velocity transformation equations) である。これらの変換式には、 u を慣性座標系の速さとして記述している。ニュートン力学でのガリレイ変換式 (Galilean transformation equations) での速度の変換式 (2.1.81) でも、 u を慣性座標系の速さとして記述している。

$$v_{x1}(t_1) = \frac{v_x(t) - u}{1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)} \dots (2.1.81) \quad v_{y1}(t_1) = \frac{v_y(t)}{\gamma \cdot \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)\right)} \dots (2.1.82) \quad v_{z1}(t_1) = \frac{v_z(t)}{\gamma \cdot \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_x(t)\right)} \dots (2.1.83)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (= \text{const.}) \dots (2.1.52) \text{ 係数 (coefficient)}$$

ひとつの質点の各慣性座標系上の速度は、その慣性座標系上で質点を観測して記述できる。この場合では、他方の慣性座標系の等速度で慣性座標系上での質点の速度の記述を変更しないものと扱う——速度の変換ではない。——ここで、相対の言葉の意味に含まれる‘2つ’の意味を失うものと考えることができる。このような考え方では、慣性座標系に質点を対応させることを使用していないものと扱える。等速度運動をしている質点を観測することで、その質点の等速度を慣性座標系の速度に仮定することがある。この仮定では、慣性座標系を扱う際に質点に関係を与える。このような質点には、乗り物を対応させることで現実問題を物理学で解決する場合はあ

る。その乗り物——慣性座標系に対応する、——が等速度運動しているものと仮定する。その乗り物の中で移動する物質 (matter) は、慣性座標系上で運動する質点として仮定する。この場合では、乗り物と乗り物の中の物質は、それぞれ質点として扱われている。これは、2つの質点を仮定している。このような2つの質点として認識することでは、慣性座標系上の質点の速度の観測は乗り物と比較した速度の観測である。乗り物の中のある位置を慣性座標系の原点に仮定して、乗り物の中の質点の速度を観測する。その乗り物の中に仮定した原点は、乗り物の等速度で等速度運動している。これは、等速度運動しているものと仮定した慣性座標系上で他方の慣性座標系を観測する場合に相似である——一般に絶対空間を仮定する、——。このような考え方で相対速度を使用すると、慣性座標系上の質点の速度はすべて相対速度とも扱える余地を見ることができる。

ニュートン力学を説明しているものと扱われるプリンキピア (PRINCIPIA) ——アイザック・ニュートン (Isaac Newton) 先生が著者とされる *Philosophiae naturalis principia mathematica* のこと。Newton's Preface to the First Edition, Cambridge, Trinity College, May 8, 1686. ——では、相対運動を説明している。その相対運動には、絶対空間を仮定している。その絶対空間上で移動している空間を仮定する。その移動している空間上を移動している物質 (matter) の運動を相対運動としている。この相対運動をしている物質の速度を仮定することでは、その速度は相対速度と考えることもできる。その移動している空間上を移動している物質 (matter) は、絶対空間上も移動していることになる。その絶対空間上の物質の速度は、絶対速度と考えることもできる。ここでは、その絶対空間上を移動している空間は、上述の乗り物に対応させることで乗り物の中の物質は移動している空間上を移動している物質に対応させることができる。

アインシュタインの特殊相対性理論では、ひとつの慣性座標系と他方の慣性座標系での変換であるので絶対空間の絶対速度は考えないで済む。このことで、慣性座標系上の質点の速度も上述のように相対速度とも考えることができる。このような考えを使用して、慣性座標系の等速度は相対速度として呼び分けることは便利である。しかし、慣性座標系上の質点の速度をすべて相対速度と呼ぶことは、慣性座標系の等速度との区別も‘相対速度’という言葉では与えることができなくなる。これでは、逆に不便であるものと2018年現在の著者は考える。このような意味で、アインシュタインの特殊相対性理論では慣性座標系の等速度のみを相対速度と呼ぶ方が考えるのに便利である。

ニュートン力学での議論では絶対速度との区別をするのに相対速度として呼び分けることは便利である、ものと2018年現在の著者は考える。このような意味では、絶対空間上で静止していない慣性座標系上の質点の速度を相対速度と呼ぶことで、その慣性座標系の等速度も相対速度とも呼ぶこともできる。本書では、このような立場で本文の3章での説明で相対速度を使用している。実際には、絶対空間は発見されていない扱いである。3章の説明のように絶対時間、絶対加速度、運動の第2法則および作用反作用の法則を使用するのに、絶対空間を採用しているニュートン力学である。

参考文献

- 1) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第 1 回”, pp.16-19, pp.33-52, pp.61-63.](#)
- 2) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第 2 回”, pp.4-17, pp.19-32.](#)
- 3) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第 3 回”, pp.15-22.](#)
- 4) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第 4 回”, pp.40-47.](#)
- 5) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第 5 回”, pp.45-96, pp.121-123.](#)
- 6) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 Option”, pp.5-6, pp.8-14.](#)
- 7) [富岡和人, “慣性力および加速度”, pp.6-7, pp.42-72, pp.72-78.](#)
- 8) [富岡和人, “特殊相対性理論の速度の変換”, pp.5-60.](#)
- 9) [富岡和人, “特殊相対性理論のエネルギーの変換と相対論的質量の変換”, pp.5-23, pp.28-60, pp.83-90, pp.102-132.](#)
- 10) ROBERT RESNICK, 1968: INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY, John Wiley & Sons, Inc. , pp.1-96, pp.158-162, pp.210-214.
- 11) H.A.LORENTZ, A.EINSTEIN, H.MINKOWSKI AND H.WEYL, 1923 TRANSLATION : THE PRINCIPLE OF RELATIVITY, DOVER PUBLICATIONS, INC. , pp.23-24, pp.35-71, pp.97-108.
- 12) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume1, John Wiley & Sons, Inc. , pp.17-24, pp.53-56, pp.64-66, pp.117-119, pp.343-348, pp.355-365, A-4.
- 13) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume2, John Wiley & Sons, Inc. , pp.881-883, pp.1029-1034.
- 14) Peter J. Mohr, David B. Newell, and Barry N. Taylor, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland 20899-8420, USA, (Received 28 April 2016; accepted 6 September 2016; published online 22 November 2016) , CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014, p.57. (<http://physics.nist.gov/cuu/Constants/codata.pdf>)
- 15) THEORETICAL PHYSICS, Georg Joos With the Collaboratiopn of Ira M.Freeman, 1958 : Third Edition, Dover Publications, Inc. , New York, pp.117-118, pp.228-231.
- 16) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, Basic Concepts in Relativity and Early Quantum Theory SECOND EDITION, 1992 : Macmillan Publishing Company, pp.161-173.
- 17) Vladimir A.Zorich, Roger Cooke(Translator), 2004 : Mathematical Analysis I , Springer, pp.179-181.
- 18) [富岡和人, “AL COM.CVSSyst.1 on Dec. 27, 2006”, 心臓血管系に関する研究報告, \(2006-12-27\)](#)
- 19) [富岡和人, “AL COM.CVSSyst.2 on Dec. 25, 2008”, 心臓血管系に関する研究報告, \(2008-12-25\)](#) .
- 20) [富岡和人, “心臓血管系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第一回”](#)
- 21) [富岡和人, “心臓血管系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第二回”](#)
- 22) [富岡和人, “心臓血管系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第三回”](#)
- 23) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 1 ”](#)
- 24) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 2 ”](#)
- 25) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 3 ”, pp.9-13.](#)
- 26) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 4 ”](#)
- 27) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 5 ”](#)
- 28) [富岡和人, “理論物理学での波の関数 6 ”](#)

29) [富岡和人, “理論物理学での波の関数7”, pp.20-30.](#)**免責事項**

A LIFE COM.および外部の情報提供者は、ユーザーに対しこの Web サイトの内容について何ら保証するものではありません。ユーザーが A LIFE COM.の Web サイトを利用したことにより被った損失・損害、その他 A LIFE COM. の Web サイトに関連して被った損失・損害について、A LIFE COM. および外部の情報提供者は、一切責任は負いません。本資料は情報提供を目的として作成したものです。本資料の真偽に対しては、著者、A LIFE COM.および A LIFE COM.のバイオ研究室は一切の責任は負いません。

著作権

Copyright © 2018 富岡和人 All rights reserved.

文書のプロパティの文書に関する制限の概要の表示内容については著者の許可のないものとします。

本ドキュメントのバックアップのコピーは許可します。

本ドキュメントを私的利用の範囲内で印刷することは許可します。

ガリレイ変換および絶対速度 とみおかかずひと 富岡和人著

作成日：2018年12月28日

発行日：2018年12月28日

2018年現在では、下記のページでの著者の著作物である PDF ファイルのダウンロードのみが著者が著作権で承諾しているインターネット上のページでのダウンロードになります。

ホームページ

<http://www.alifecom.info/>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/>

電気の回路のページ

http://www.alifecom.info/circuit_analysis.htm

http://alifecominfo.aikotoba.jp/circuit_analysis.htm

特殊相対性理論のページ

<http://www.alifecom.info/relativity.htm>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/relativity.htm>

波のページ

<http://www.alifecom.info/theoryofwaves.htm>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/theoryofwaves.htm>